УДК 519.178

О ДОМИНАНТНЫХ СВЯЗЯХ В ОЦЕНКЕ НАДЕЖНОСТИ ДВУХПОЛЮСНИКОВ[1]

Лосев А.С.
Институт прикладной математики ДВО РАН, г. Владивосток

Поступила в редакцию 21.07.2025, после переработки 02.10.2025.

В работе исследуется задача повышения времени жизни низконадежного двухполюсника через влияния на отдельные ребра, именуемые доминантными. Доказано, что численные характеристики таких ребер формируют асимптотическую оценку времени жизни всего двухполюсника, а изменение их параметров и резервирование приводит к максимальному увеличению надежности двухполюсника по сравнению с прочими ребрами. Представлены результаты численных экспериментов вычисления надежности универсальной эквивалентной схемы трансформатора.

Ключевые слова: надежность, двухполюсник, доминантные связи, распределение Вейбулла.

Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2025. № 4. С. 81–92.
https://doi.org/10.26456/

Введение

Задача обеспечения надежной работы сложных по структуре и организации технических систем (робототехнических комплексов, гидростанций, атомных и газовых хранилищ и т.д.) не теряет своей актуальности. Перечень работ по теории надежности таких известных авторов, как И.А. Рябинин, Е.Д. Соложенцев, В.А. Дурденко, А.А. Рогожин, пополняется новыми результатами и новыми методами, к которым можно отнести как методы прямого перебора, основанные на булевой алгебре и элементах теории вероятности [1–4], так и приближенные методы, основанные на получении верхних и нижних оценок характеристик теоретико-графовых моделей систем [5–7]. Необходимо отметить, что сложность прямых методов, основанных на переборе всевозможных состояний системы, равна $O(2^n)$, n — число вершин (узлов) в системе, при этом зачастую накладываются ограничения на саму надежность элементов системы, полагая, что они равны, тем самым уменьшая время счета, но сильно сужая практическую значимость результата.

[1] Работа выполнена в рамках государственного задания ИПМ ДВО РАН (№ 075-00459-25-00).

Естественным образом, на помощь в обработке систем большой размерности приходят современные информационные технологии, а именно, возможности распараллеливания и применения искусственного интеллекта [8,9], например, активно используются сети С. Гроссберга, Т. Кохонена, Д. Хопфилда [10, 11].

Другим решением проблемы высокой размерности исследуемых систем, является рассмотрение их теоретико-графовых моделей (графов) при различных предельных условиях, накладываемых на надежность отдельных элементов или сети в целом. Здесь необходимо отметить модель случайного графа Эрдеша-Реньье [12], которая нашла своё отражения в работах [13–18]. Она позволяет оценить характеристики графа с неограниченно растущим числом вершин при известном правиле образования ребер (связность, надежность, устойчивость). Данные результаты широко используются при изучении особенностей образования связей и функционирования сетей вида Интернет, транспортных, социальных, биологических, коммунальных и т.д. А также при решении смежных задач надежности, например, задачи о перколяции, которая имеет особой интерес, как с позиции физико-химических процессов, здесь речь идёт фазовых переходов, которые зависят от порога протекания [17, 19, 20], так и с позиции «чистой» математики. Здесь интерес привлекает сама связная структура, обеспечивающая процесс перколяции, который является случайно образованным кластером [14, 15, 18]. Но в физических моделях зачастую речь идёт о симметричных решетчатых графах и о простейших моделях, называемых перколяцией Бернулли [21], а в математическом плане исследуются случайные графы общего вида в которых правила структурообразования носят вероятностный характер [14,15], что сильно усложняет процесс поиска решения, обработки данных и сужает область применения.

Таким образом, современные технологии и методы, основанные на них, конечно, позволяют строить и исследовать модели различной сложности, но объем как финансовых, так и технических затрат возрастает пропорционально количеству составных элементов (вершин и связей) исследуемых систем. Поэтому актуальным остается вопрос разработки новых методов и подходов оценки надежности эксплуатируемых систем и выделения в них элементов, точечная замена или резервирование которых качественно отражается на надежности системы в целом.

Принимая во внимание, что живучесть и целостность системы в обобщенном представлении основана на связности соответствующей теоретико-графовой модели, в настоящей работе строиться асимптотическая оценка времени жизни низконадежного двухполюсника, основанная на выделении доминантных связей. Доказывается и численно подтверждается, что максимальный эффект, состоящий в увеличении продолжительности жизни двухполюсника, достигается за счёт воздействия (изменение параметров и резервирование) на доминантные связи.

1. Доминантные связи в теоретико-графовых моделях

Применение математического аппарата к исследованию реальных объектов, требует от специалистов из разных областей соответствующего уровня математической подготовки, которая позволяет им применять математические инструменты для решения конкретных задач. В реальных условиях крайне редко наблюдается наличие таких специалистов, что приводит к низкому интересу со стороны инженеров и разработчиков к имеющимся обобщенным математическим методам вычисления надежности. На практике очень часто работает принцип «разделяй и властвуй», а цель достигает за счет решения конкретных и частных задач, которые получаются с меньшими затруднениями и затратами ресурса. Подобная идея отражена в «теории функционирования систем» П.К. Анохина [22]. Он полагал, что исследование общих законов в кибернетике не столь информативно и выразительно с позиции природы функционирования различных систем, в то время как «сочетание процессов и механизмов, которое, формируясь динамически в зависимости от данной ситуации, непременно приводит к конечному приспособительному эффекту, полезному для организма как раз в этой ситуации» [22]. В исследовательском плане данная идея реализуется методом декомпозиции, который существенно уменьшает размерность модели и входных параметров исследуемого объекта. Но, обладает существенным недостатком, а именно, отражая характеристики отдельных частей системы, плохо характеризует объект в целом, упуская из виду возможные синергетические эффекты, возникающие при композиции обработанных частей системы в единое целое. Однако, в сочетании с «теорией доминант» А.А. Ухтомского [23], она позволяет оценить объект в целом. В своих исследованиях А.А. Ухтомский показал, что в любой системе присутствует множество доминантных элементов, которое формирует фокус рассмотрения системы в целом, отражая её основные характеристики вплоть до того, что отсутствие доминанты в системе влечет к ликвидации системы полностью, в смысле её функционирования.

Исходя из вышеизложенного, определим доминантными связями в графе ребра, которые в условиях поставленной задачи обладают приоритетным влиянием на надежность всего соединения, т.е. изменение их численных характеристик приводит к более значительному эффекту, направленному на повышение надежности всего соединения, чем прочих ребер графа.

2. Основные аналитические результаты

Рассмотрим неориентированный граф $\Gamma(U,\ W)$ с конечным множеством вершин $U = \{u_1, \ldots, u_n\}$ и множеством ребер $W = \{w_{ij} : i \neq j,\ u_i, u_j \in U\}$ (без петель и кратных ребер). На множестве вершин U зафиксируем начальную u_1 и конечную u_n вершины, полагая, что Γ двухполюсник. Обозначим через $\mathcal{R}$ множество всех ациклических путей $R_i, 1 \leqslant i \leqslant r$ между вершинами u_1 и u_n.

Введем в рассмотрение случайную величину $T(w)$, характеризующую время жизни ребра $w \in W$ в графе Γ, и $T(\Gamma) = \max\limits_{R\in\mathcal{R}} \min\limits_{w\in R} T(w)$ — время жизни всего графа. Положим $p_w(t) = P(T(w) > t)$ вероятность сохранения работоспособного состояния ребра w в течении времени t независимо от других ребер. Оценим $P_\Gamma(t) = P(T(\Gamma) > t)$ — вероятность безотказной работы всего графа Γ, которая характеризуется вероятностью существования хотя бы одного ациклического работоспособного пути между начальной вершиной u_1 и конечной u_n. Далее везде под $|A|$ будем понимать число элементов, содержащихся во множестве A.

Теорема 1. *Если* $p_w(t) \sim \exp(-t^{\alpha_w}) \to 0,\ w \in W$ *при* $t \to \infty,\ \alpha_w > 0$, *то*

$$\ln P_\Gamma(t) \sim -\beta t^{\alpha},\ t \to \infty, \tag{1}$$

где $\beta = \min\limits_{R\in\mathcal{R}:\ \alpha_R=\alpha} |\{w \in R:\ \alpha_w = \alpha\}|$, $\alpha = \min\limits_{R\in\mathcal{R}} \alpha_R$. $\alpha_R = \max\limits_{w\in R} \alpha_w$.

Доказательство. Принимая во внимание полученное ранее в работе [24] соотношение для случая, когда $p_w(h) \to 0$ при $h \to 0$, вида

$$P_\Gamma(h) \sim \sum_{i=1}^{r} \prod_{w \in R_i} p_w(h) \to 0, \ h \to 0,$$

характеризующее вероятность связности низконадежного двухполюсника, проведем замену $h = 1/t$ и получим $p_w(1/t) \to 0$ при $t \to 0$ или $p_w(t) \to 0$ при $t \to \infty$. Тогда

$$P_\Gamma(t) \sim \sum_{i=1}^{r} \prod_{w \in R_i} p_w(t), \ t \to \infty.$$

Затем

$$P_\Gamma(t) \sim \sum_{i=1}^{r} \prod_{w \in R_i} p_w(t) \sim \sum_{R \in \mathcal{R}} \exp\left(-\sum_{w \in R} t^{\alpha_w}\right) =$$
$$= \sum_{R \in \mathcal{R}\colon \alpha = \alpha_R} \exp\left(-\sum_{w \in R} t^{\alpha_w}\right) + \sum_{R \in \mathcal{R}\colon \alpha \neq \alpha_R} \exp\left(-\sum_{w \in R} t^{\alpha_w}\right) \sim$$
$$\sum_{R \in \mathcal{R}\colon \alpha = \alpha_R} \exp\left(-\sum_{w \in R} t^{\alpha_w}\right)(1 + o(1)) \sim \sum_{R \in \mathcal{R}\colon \alpha = \alpha_R} \exp\left(-\sum_{w \in R} t^{\alpha_w}\right), t \to \infty.$$

В каждом R выделим α_R и следующую по величине $\alpha'_R = \max\limits_{w \in R \setminus \{w\colon \alpha_w = \alpha_R\}} \alpha_w$. Очевидно, что $\alpha'_R < \alpha_R$, тогда

$$P_\Gamma(t) \sim \sum_{R \in \mathcal{R}\colon \alpha = \alpha_R} \exp\left(-\sum_{w \in R\colon \alpha_w = \alpha_R} t^{\alpha_w} - \sum_{w \in R\colon \alpha_w \neq \alpha_R} t^{\alpha_w}\right) =$$
$$= \sum_{R \in \mathcal{R}\colon \alpha = \alpha_R} \exp\left(-\sum_{w \in R\colon \alpha_w = \alpha_R} t^{\alpha_w} - \sum_{w \in R\colon \alpha_w = \alpha'_R} t^{\alpha_w}(1 + o(1))\right).$$

Обозначим $\beta = \min\limits_{R \in \mathcal{R}\colon \alpha_R = \alpha} |\{w \in R\colon \ \alpha_w = \alpha\}|$, и получим

$$P_\Gamma(t) \sim \exp\left(-\beta t^{\alpha}\right) \sum_{R \in \mathcal{R}\colon \alpha = \alpha_R} \exp\left(-\sum_{w \in R\colon \alpha_w = \alpha'_R} t^{\alpha_w}(1 + o(1))\right) \sim$$
$$\sim \exp\left(-\beta t^{\alpha} - \beta' t^{\alpha'}(1 + o(1))\right), \ t \to \infty.$$

Положим $\alpha' = \min\limits_{R \in \mathcal{R}\colon \beta = \beta_R, \, \alpha = \alpha_R} \alpha'_R$, а β' для α' в том же смысле, что β для α. Тогда

$$\ln P_\Gamma(t) \sim -\beta t^{\alpha} - \beta' t^{\alpha'}(1 + o(1)) \sim -\beta t^{\alpha}, \ \ t \to \infty.$$

□

Полученное асимптотическое соотношение (1) характеризует оценку времени продолжительности жизненного цикла двухполюсного соединения, когда продолжительность жизни ребра подчиняется распределению Вейбулла. Это распределение активно используется в задачах теории надежности при оценки жизненного цикла различных технических систем и позволяет проводить более тонкую настройку математической модели в соответствии с экспериментальными данными [1, 2, 4, 25–28].

Само соотношение (1) основано на выделении доминантных ребер, которые образуют подмножество $\mathcal{W} \subseteq W$ вида

$$\mathcal{W} = \bigcup_{R\in\mathcal{R}:|\{w\in R:\ \alpha_w=\alpha\}|=\beta,\ \alpha_R=\alpha} \{w \in R : \alpha_w = \alpha\}. \tag{2}$$

Следовательно, по определению, изменение $p_w,\ w \in \mathcal{W}$ должно приводить к наиболее ощутимому изменению всей $P_\Gamma(t)$, чем аналогичные изменения $p_w,\ w \in W \setminus \mathcal{W}$.

Утверждение 1. *Если*

$$p_w(t) \sim \begin{cases} \exp(-t^{\alpha_w}), & w \in W \setminus \mathcal{W}, \\ \exp(-t^{\alpha_w-\varepsilon}), & w \in \mathcal{W}, \end{cases}$$

$t \to \infty,\ \alpha_w > 0,$ *где* $\varepsilon < \min\limits_{w\in W:\ \alpha\neq\alpha_w} |\alpha - \alpha_w|$, *то* $\ln P_\Gamma(t) \sim -\beta t^{\alpha-\varepsilon},\ t \to \infty.$

Доказательство. В силу выше представленной теоремы при $p_w(t) \sim \exp(-t^{\alpha_w})$, для всех $w \in W$ имеем

$$\ln P_\Gamma(t) \sim -\beta t^\alpha = -\min_{R\in\mathcal{R}:\ \alpha=\alpha_R} \sum_{w\in R:\ \alpha_w=\alpha_R} t^{\alpha_w},\ t \to \infty.$$

Проведем замену α_w на $\alpha_w - \varepsilon$ для всех $w \in \mathcal{W}$, где $\varepsilon < \min\limits_{w\in W:\ \alpha\neq\alpha_w} |\alpha - \alpha_w|$. Тогда

$$\ln P_\Gamma(t) \sim -\min_{R\in\mathcal{R}:\ \alpha=\alpha_R} \sum_{w\in R:\ \alpha_w=\alpha_R} t^{\alpha_w-\varepsilon} = -\beta t^{\alpha-\varepsilon},\ t \to \infty.$$

□

Действительно, изменение $p_w,\ w \in \mathcal{W}$ приводит к наиболее ощутимому изменению всей $P_\Gamma(t)$, как при изменении параметров α_w доминантных ребер, так и при их резервировании, что подтверждается результатами численных экспериментов. В содержательном смысле параметр α_w может характеризовать длину ребра w.

3. Результаты численных экспериментов

Пример 1. Рассмотрим пример неориентированного графа $\Gamma(U, W)$ (см. Рис. 1), который в терминологии работы [3] называется эквивалентной схемой трансформатора.

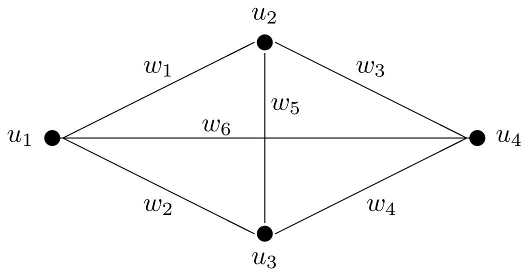

Рис. 1: *Универсальная эквивалентная схема трансформатора*

Положим $\alpha_{w_1} = 0.2$, $\alpha_{w_2} = 0.42$, $\alpha_{w_3} = 0.45$, $\alpha_{w_4} = 0.52$, $\alpha_{w_5} = 0.5$, $\alpha_{w_6} = 0.4$, и с помощью соотношения (1) оценим вероятность безотказной работы всего графа Γ для фиксированных вершин $u_1,\ u_4$.

$$\ln P_\Gamma(t) \sim -t^{0.4},\ t \to \infty.$$

Из соотношения (2) получаем, что множество доминантных связей содержит одно ребро, а именно, $\mathcal{W} = \{w_6\}$. Тогда по утверждению 1 замена α_{w_6} на $\alpha_{w_6} - \varepsilon$ приведет к существенному изменению $P_\Gamma(t)$. Действительно, при $t = 100$ и $\varepsilon = 0.03$ получаем следующий результат:

$$\begin{gathered} P_\Gamma = 0.00181881,\ P^*_\Gamma = 0.00189893,\ P'_\Gamma = 0.00410558,\\ P^*_{\Gamma_{w_1}} = 0.0019296,\ P^*_{\Gamma_{w_2}} = 0.00189894,\ P^*_{\Gamma_{w_3}} = 0.00201444,\\ P^*_{\Gamma_{w_4}} = 0.00189895,\ P^*_{\Gamma_{w_5}} = 0.00189893,\ P^*_{\Gamma_{w_6}} = 0.00418552. \end{gathered}$$

Здесь P_Γ — асимптотическая оценка вероятности безотказной работы графа Γ, полученная с помощью соотношения (1); P^*_Γ — точное значение вероятности безотказной работы графа Γ, полученное с помощью формулы полной вероятности [3]; P'_Γ — асимптотическая оценка после замены α_{w_6} на $\alpha_{w_6} - 0.03$; $P^*_{\Gamma_{w_i}}$ — точное значение после замены α_{w_i} на $\alpha_{w_i} - 0.03$.

Пример 2. Рассмотрим неориентированный граф $\Gamma(U, W)$ (см. Рис. 1) с указанными параметрами из примера 1 и оценим, как измениться его вероятность безотказной работы при последовательном m – кратном резервировании отдельных ребер.

При $m = 2$ и $t = 100$:

$$\begin{gathered} P^*_{\Gamma_{w_1}} = 0.00197255,\ P^*_{\Gamma_{w_2}} = 0.00189894,\ P^*_{\Gamma_{w_3}} = 0.00197897,\\ P^*_{\Gamma_{w_4}} = 0.00189894,\ P^*_{\Gamma_{w_5}} = 0.00189893,\ P^*_{\Gamma_{w_6}} = 0.00371429. \end{gathered}$$

При $m = 6$ и $t = 100$:

$$\begin{gathered} P^*_{\Gamma_{w_1}} = 0.00221196,\ P^*_{\Gamma_{w_2}} = 0.00189896,\ P^*_{\Gamma_{w_3}} = 0.00229833,\\ P^*_{\Gamma_{w_4}} = 0.00189896,\ P^*_{\Gamma_{w_5}} = 0.00189893,\ P^*_{\Gamma_{w_6}} = 0.0109428. \end{gathered}$$

Здесь $P^*_{\Gamma_{w_i}}$ — точное значение вероятности безотказной работы графа Γ, полученное с помощью формулы полной вероятности [3] после m–кратного резервирования w_i ребра.

В обоих примерах наблюдается значительное увеличение времени жизни всего графа Г при воздействии на доминантное ребро, а именно, в 2 раза при изменении α и 2-кратном резервировании, и в 5.7 раза при 6-кратном резервировании, по сравнению с прочими ребрами.

Заключение

Необходимо отметить, что использование в данной ситуации асимптотического метода, основанного на выделении доминантных связей, позволяет решить ряд организационно-технических задач. Во-первых, речь идёт о задаче усиления конструкции за счет частичного резервирования. В данном случае резервирование именно доминантных связей дает наиболее ощутимый вклад и намного лучше повышает время жизни всего соединения по сравнению с прочими ребрами. Во-вторых, в случае решения задачи вычисления оценки времени жизни соединения с большим числом элементов в условиях ограниченного временного или технического ресурса предложенная асимптотическая оценка требует на порядок меньше арифметических операций по сравнению с прямыми методами расчета (метод Мура-Шеннона, вычисление полной вероятности, логико-вероятностные методы) и позволяет достигать необходимого результата за меньшее время.

Список литературы

[1] Можаев А.С. Общий логико-вероятностный метод анализа надежности сложных систем. Л.: ВМА, 1988. 68 с.

[2] Райншке К., Ушаков И.А. Оценка надежности систем с использованием графов. М.: Радио и связь, 1988. 224 с.

[3] Рябинин И.А., Черкесов И.А. Логико-вероятностные методы исследования надёжности структурно-сложных систем. М.: Радио и связь, 1981. 264 с.

[4] Рябинин И.А. Надежность и безопасность структурно-сложных систем. СПб.: Изд-во Санкт-Петербургского ун-та, 2007. 276 с.

[5] Ильев В.П., Агеев А.А., Кононов А.В., Талевнин А.С. Вычислительная сложность задачи аппроксимации графов // Дискретный анализ и исследование операций. 2006. Т. 13, № 1. С. 3–11.

[6] Ломоносов М.В., Полесский В.П. Нижняя оценка надежности сетей // Проблемы передачи информации. 1972. Т. 8, № 2. С. 47–53.

[7] Фридман Г.Ш. Одна задача аппроксимации графов // Управляемые системы. 1971. № 8. С. 73–75.

[8] Аксенов С.В. Организация и использование нейронных сетей (методы и технологии). Томск: Изд-во НТЛ, 2006. 128 с.

[9] Богачев К.Ю. Основы параллельного программирования. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2003.

[10] Hopfield J.J. Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities // Proceedings of National Academy of Sciences. 1982. Vol. 79. Pp. 2554–2558.

[11] Hopfield J.J., Tand D. Neural computation of decision in optimization problems // Biological Cybernetics. 1985. Vol. 52. Pp. 141–152.

[12] Erdos P., Renyi A. On the evolution of random graphs // Magyar Tudomanyos Akademia Matematikai Kutato Intezetenek Kozlemenyei. 1960. Vol. 5. Pp. 17–61.

[13] Менцер Ф., Фортунато С., Дэвис К. Наука о сетях. М.: ДМК Пресс, 2021. 338 с.

[14] Райгородский А.М. Графы с большим хроматическим числом и большим обхватом // Математическое просвещение (третья серия). 2016. № 20. С. 228–237.

[15] Райгородский А.М., Черкашин Д.Д. Экстремальные задачи в раскрасках гиперграфов // Успехи математических наук. 2020. Т. 75, № 1(451). С. 95–154.

[16] Тарасевич Ю.Ю. Перколяция: теория, приложения, алгоритмы. М.: Едиториал УРСС, 2002. 112 с.

[17] Heydenreich M., Hofstad R. Progress in high dimensional percolation and random graphs. Springer, 2017. 285 p.

[18] Hofstad R. Random graphs and complex networks. Cambridge University Press, 2017. 321 p.

[19] Newman M. Networks. Oxford: University Press, 2018. 760 p.

[20] Seymour P.D., Welsh D.J.A. Percolation probabilities on the square lattice // Annals of Discrete Mathematics. 1978. Vol. 3. Pp. 227–245.

[21] Broadbent S.R., Hammersley J.M. Percolation processes. I. Crystals and mazes // Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. Vol. 53. 1957. Pp. 629–641.

[22] Анохин П.К. Избранные труды: Кибернетика функциональных систем. М.: Медицина, 1998. 400 с.

[23] Ухтомский А.А. Доминанта. СПб.: Питер, 2002. 448 с.

[24] Tsitsiashvili G.Sh., Losev A.S., Osipova M.A. Analysis of stochastic models: analytical results and computational algorithms. Kazan: Buk, 2023. 80 p.

[25] Ohring M. Reliability and Failure of Electronic Materials and Devices. Elsevier Science, 1998.

[26] Nair U. Reliability Modelling and Analysis in Discrete Time. Elsevier Science, 2018.

[27] Боровиков С.М., Шнейдеров Е.Н. Использование распределения Вейбулла для прогнозирования параметрической надежности изделий электронной техники // Доклады БГУИР. 2011. № 7(61). С. 31–37.

[28] Ташевский А.Г. Основные понятия и показатели износостойкости и надежности деталей машин. СПб.: Изд-во института машиностроения, 2008. 44 с.

Образец цитирования

Лосев А.С. О доминантных связях в оценке надежности двухполюсников // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2025. № 4. С. 81–92. https://doi.org/10.26456/

Сведения об авторах

1. **Лосев Александр Сергеевич**
старший научный сотрудник ИПМ ДВО РАН.

Россия, 690041, г. Владивосток, улица Радио, д. 7, Институт прикладной математики ДВО РАН. E-mail: A.S.Losev@yandex.ru

ON DOMINANT CONNECTIONS IN ASSESSING THE RELIABILITY OF TWO-TERMINAL NETWORKS

Losev A.S.
Institute of Applied Mathematics FEB RAS, Vladivostok

Received 21.07.2025, revised 02.10.2025.

The paper studies the problem of increasing the lifetime of a low-reliability two-terminal network through the influence on individual edges, called dominant. It is proved that the numerical characteristics of such edges form an asymptotic estimate of the lifetime of the entire two-terminal network, and changing their parameters and redundancy leads to a maximum increase in the reliability of the two-terminal network compared to other edges. The results of numerical experiments for calculating the reliability of a universal equivalent circuit of a transformer are presented.

Keywords: reliability, two-terminal network, dominant connections, Weibull distribution.

Citation

Losev A.S., "On dominant connections in assessing the reliability of two-terminal networks", *Vestnik TvGU. Seriya: Prikladnaya Matematika [Herald of Tver State University. Series: Applied Mathematics]*, 2025, № 4, 81–92 (in Russian). https://doi.org/10.26456/

References

[1] Mozhaev A.S., *Obshhij logiko-veroyatnostnyj metod analiza nadezhnosti slozhnykh sistem [A general logical-probabilistic method for analyzing the reliability of complex systems]*, VMA, L., 1988 (in Russian), 68 pp.

[2] Rajnshke K., Ushakov I.A., *Otsenka nadezhnosti sistem s ispolzovaniem grafov [Evaluating the reliability of systems using graphs]*, Radio i Svyaz Publ., Moscow, 1988 (in Russian), 224 pp.

[3] Ryabinin I.A., Cherkesov I.A., *Logiko-veroyatnostnye metody issledovaniya nadezhnosti strukturno-slozhnykh sistem [Logical and probabilistic methods for studying the reliability of structurally complex systems]*, Radio i Svyaz Publ., Moscow, 1981 (in Russian), 264 pp.

[4] Ryabinin I.A., *Nadezhnost i bezopasnost strukturno-slozhnykh sistem [Reliability and safety of structurally complex systems]*, Publishing House of St. Petersburg University, SPb., 2007 (in Russian), 276 pp.

[5] Ilev V.P., Ageev A.A., Kononov A.V., Talevnin A.S., "Computational complexity of the graph approximation problem", *Diskretnyj analiz i issledovanie operatsij [Discrete analysis and operations research]*, **13**:1 (2006), 3–11 (in Russian).

[6] Lomonosov M.V., Polesskij V.P., "Lower rating of network reliability", *Problemy peredachi informatsii [Problems of information transmission]*, **8**:2 (1972), 47–53 (in Russian).

[7] Fridman G.Sh., "One task of graph approximation", *Upravlyaemye sistemy [Managed systems]*, 1971, № 8, 73–75 (in Russian).

[8] Aksenov S.V., *Organizatsiya i ispolzovanie nejronnykh setej (metody i tekhnologii) [Organization and use of neural networks (methods and technologies)]*, Publishing house of NTL, Tomsk, 2006 (in Russian), 128 pp.

[9] Bogachev K.Yu., *Osnovy parallelnogo programmirovaniya [Fundamentals of parallel programming]*, BINOM Publishing House, Moscow, 2003 (in Russian).

[10] Hopfield J.J., "Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities", *Proceedings of National Academy of Sciences*, **79** (1982), 2554–2558.

[11] Hopfield J.J., Tand D., "Neural computation of decision in optimization problems", *Biological Cybernetics*, **52** (1985), 141–152.

[12] Erdos P., Renyi A., "On the evolution of random graphs", *Magyar Tudomanyos Akademia Matematikai Kutato Intezetenek Kozlemenyei*, **5** (1960), 17–61.

[13] Mentser F., Fortunato S., Devis K., *Nauka o setyakh [The science of networks]*, DMK Press, Moscow, 2021 (in Russian), 338 pp.

[14] Rajgorodskij A.M., "Graphs with a large chromatic number and a large girth", *Matematicheskoe prosveshhenie (tretya seriya) [Mathematical education (Third Series)]*, 2016, № 20, 228–237 (in Russian).

[15] Raigorodskii A.M., Cherkashin D.D., "Extremal problems in hypergraph colourings", *Russian Mathematical Surveys*, **75**:1 (2020), 89–146.

[16] Tarasevich Yu.Yu., *Perkolyatsiya: teoriya, prilozheniya, algoritmy [Percolation: theory, applications, algorithms]*, Editorial URSS Publ., Moscow, 2002 (in Russian), 112 pp.

[17] Heydenreich M., Hofstad R., *Progress in high dimensional percolation and random graphs*, Springer, 2017, 285 pp.

[18] Hofstad R., *Random graphs and complex networks*, Cambridge University Press, 2017, 321 pp.

[19] Newman M., *Networks*, University Press, Oxford, 2018, 760 pp.

[20] Seymour P.D., Welsh D.J.A., "Percolation probabilities on the square lattice", *Annals of Discrete Mathematics*, **3** (1978), 227–245.

[21] Broadbent S.R., Hammersley J.M., "Percolation processes. I. Crystals and mazes", *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society.* V. 53, 1957, 629–641.

[22] Anokhin P.K., *Izbrannye trudy: Kibernetika funktsionalnykh sistem [Selected works: Cybernetics of functional systems]*, Meditsina, Moscow, 1998 (in Russian), 400 pp.

[23] Ukhtomskij A.A., *Dominanta [The Dominant]*, Piter Publ., SPb., 2002 (in Russian), 448 pp.

[24] Tsitsiashvili G.Sh., Losev A.S., Osipova M.A., *Analysis of stochastic models: analytical results and computational algorithms*, Buk, Kazan, 2023, 80 pp.

[25] Ohring M., *Reliability and Failure of Electronic Materials and Devices*, Elsevier Science, 1998.

[26] Nair U., *Reliability Modelling and Analysis in Discrete Time*, Elsevier Science, 2018.

[27] Borovikov S.M., Shnejderov E.N., "Using the Weibull distribution to predict the parametric reliability of electronic products", *Doklady BGUIR [Reports of the BSUIR]*, 2011, № 7(61), 31–37 (in Russian).

[28] Tashevskij A.G., *Osnovnye ponyatiya i pokazateli iznosostojkosti i nadezhnosti detalej mashin [Basic concepts and indicators of wear resistance and reliability of machine parts]*, Publishing House of the Institute of Mechanical Engineering, SPb., 2008 (in Russian), 44 pp.

Author Info

1. **Losev Alexandr Sergeevich**
Senior Researcher at Institute of Applied Mathematics, Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences.

Russia, 690041, Vladivostok, Radio Street, 7, Institute of Applied Mathematics FEB RAS. E-mail: A.S.Losev@yandex.ru