

Анализ комплексности магнитной доменной структуры объемных образцов высоко- и низкоанизотропных соединений

А.И. Синкевич, С.Д. Сметанникова

ФГБОУ ВО «Тверской государственной университет»
170100, Россия, Тверская область, Тверь, ул. Желябова, 33
artem.sinkevich2602@gmail.com

DOI: 10.26456/pcascnn/2025.17.161

Аннотация: Для объемных образцов одноосных кристаллов с известными структурными и магнитными характеристиками, существует возможность предсказать конфигурацию магнитной доменной структуры и геометрические размеры ее элементов. Однако подобная оценка содержит информацию лишь об итоговой структуре на базисной плоскости образца, при этом особенности ее формирования не рассматриваются. В работе предложен анализ комплексности доменной структуры объемных образцов высоко- и низкоанизотропных соединений на основе исследования полей рассеяния доменной структуры, а также в рамках методов фрактальной геометрии. Проведенный анализ позволил оценить степень усложнения доменной структуры в процессе ее формирования от основных глубинных доменов до поверхностной структуры на базисной плоскости кристалла. Дополнительно, на основе пространственного распределения сигнала зонда сканирующего зондового микроскопа над поверхностью образца проведен фрактальный анализ самих полей рассеяния доменной структуры. В результате сопоставления полученных данных для высоко- и низкоанизотропных соединений показано, что объекты с качественно разными конфигурациями доменной структуры, но схожими закономерностями их формирования, обладают близкими значениями статистических параметров комплексности структуры, в то время как для объектов с более простой структурой и меньшим числом вложений значения этих параметров снижены.

Ключевые слова: магнитная доменная структура, магнитно-силовая микроскопия, поля рассеяния, фрактальная размерность.

Синкевич Артем Игоревич – старший преподаватель кафедры физики конденсированного состояния, ФГБОУ ВО «Тверской государственной университет»

Сметанникова Софья Дмитриевна – студент 2 курса, физико-технический факультет, ФГБОУ ВО «Тверской государственной университет»

Original paper

Complexity analysis of magnetic domain structure of high- and low-anisotropic compounds bulk samples

A.I. Sinkevich, S.D. Smetannikova
Tver State University, Tver, Russia

DOI: 10.26456/pcascnn/2025.17.161

Abstract: For uniaxial crystals bulk samples with known structural and magnetic characteristics, it is possible to predict the magnetic domain structure configuration and its elements geometrical parameters. However, this estimation only provides information about the final structure on the basal plane, while the formation features are not considered. In this study, we present a complexity analysis of the domain structure of high- and low-anisotropic compounds, based on its stray field investigation, as well as within the framework of fractal geometry methods. The conducted analysis allowed us to estimate the domain structure complication level through the formation process from bulk domains to the basal plane surface structure. Additionally, based on the scanning probe microscope tips signal spatial distribution, the stray field fractal analysis was carried out. As a result of the obtained data comparison for high- and low-anisotropic compounds, it was shown that the objects with qualitatively different domain structure configurations, but similar formation patterns, have close structure complexity parameter values. At the same time, objects with a simplified structure and a reduced additional domain number have lower values for the structure complexity parameter.

Keywords: magnetic domain structure, magnetic force microscopy, stray fields, fractal dimension.

Artem I. Sinkevich – Senior Lecturer, Condensed Matter Physic Department, Tver State University, ORCID: 0000-0003-0401-2458.

Sofia D. Smetannikova – 2nd year student, Faculty of Physics and Technology, Tver State University, ORCID: 0009-0003-6091-1949.

Поступила в редакцию/received: 28.05.2025; после рецензирования/reviised: 29.06.2025; принята/accepted: 06.07.2025.

1. Введение

Магнитная доменная структура (ДС) является индикатором магнитного состояния кристалла. Традиционно она рассматривается как баланс энергии магнитокристаллической анизотропии (МКА) и энергии собственного поля размагничивания объекта [1-2]. Соотношение между обозначенными энергиями определяет магнитный фактор качества Q , который в первом приближении может быть рассчитан с помощью выражения:

$$Q = \frac{2K_1}{\mu_0 M_s^2}, \quad (1)$$

где K_1 – первая константа МКА, M_s – намагниченность насыщения. Для кристаллов с $Q \ll 1$ доминирует энергия собственного поля размагничивания и для их ДС характерно образование индуцированного механическим воздействием приповерхностного напряженного слоя, конфигурация которого зависит от толщины образца [2].

Кристаллы с $Q > 1$ являются высокоанизотропными. Конфигурация ДС этих объектов определяется их толщиной [2]. Для тонких образцов характерно образование полосовой ДС. Средняя ширина доменов такой структуры связана с толщиной образца через закон Киттеля [3-4]. В то же время для объемных образцов, помимо основной полосовой ДС, существуют дополнительные конусообразные вложения первого, второго и третьего порядка. Для таких объектов средняя ширина поверхностных доменов перестает зависеть от толщины кристалла и, согласно модели Боденбергера-Хуберта [5], полностью определяется его магнитными характеристиками.

Таким образом, зная характеристики высокоанизотропного одноосного магнетика – его параметр кристаллической решетки, температуру Кюри, намагниченность насыщения и константы МКА, мы можем предсказать среднюю ширину поверхностных доменов на базисной плоскости объемного образца такого соединения. Иными словами, мы будем знать «финальную точку», до которой будет разбиваться ДС в процессе своего формирования. Одновременно с этим, мы не будем обладать никакой информацией относительно «отправной точки» формирования ДС, то есть конфигурации основных доменов кристалла, а

также относительно «пройденного пути», то есть того, какому количеству вложений потребовалось образоваться, чтобы перейти от начальной точки формирования структуры к конечной.

Представленная работа посвящена изучению второго обозначенного аспекта, то есть анализу комплексности ДС одноосных магнетиков. Подобный анализ проведен нами с точки зрения исследования полей рассеяния ДС, а также с точки зрения методов фрактальной геометрии. Полученные для высокоанизотропного ($Q > 1$) соединения результаты были сопоставлены с результатами подобного анализа для низкоанизотропных соединений с магнитным фактором качества $Q \sim 1$, обладающих отличной конфигурацией ДС, но схожими закономерностями ее формирования (конусообразные вложения первого, второго и третьего порядка).

2. Объекты исследования и экспериментальные методики

В качестве примера образца высокоанизотропного соединения в работе был выбран монокристалл $Nd_2Fe_{14}B$ с магнитным фактором качества $Q = 4,4 > 1$ [2, 6] и поверхностной ДС с конфигурацией «звездочек». В качестве образцов низкоанизотропных соединений в работе были использованы монокристаллы $Y_2(Fe_{0,41}Co_{0,59})_{17}$ и $Y_2(Fe_{0,50}Co_{0,50})_{17}$. Соединение $Y_2(Fe_{0,41}Co_{0,59})_{17}$ обладает магнитным фактором качества $Q = 0,86 \sim 1$ [7]. На базисной плоскости данного соединения образуется ДС с конфигурацией сильно разветвленных «звездочек». Качественно такая структура отличается от высокоанизотропной ДС, однако для нее характерны схожие закономерности – крупные основные домены разбиваются на более мелкие дополнительные конусообразные вложенные домены первого, второго и третьего порядка. В то же время соединение $Y_2(Fe_{0,50}Co_{0,50})_{17}$ обладает более низкими значениями констант МКА, в результате чего его фактор качества $Q = 0,18$, а конфигурация ДС видоизменяется [7].

Поля рассеяния ДС на базисной плоскости образцов обозначенных соединений были исследованы методом магнитно-силовой микроскопии (МСМ). Метод был реализован на базе сканирующего зондового микроскопа SolverNext (NT-MDT) с применением коммерческих зондов серии MFM-LM (TipsNano) с магнитным покрытием $CoCr$ уменьшенной толщины для снижения влияния зонда на поверхностные магнитные домены. Регистрация МСМ изображений производилась в фазовом режиме [8] с применением двухпроходной методики. Так как для анализа закономерностей формирования вложений ДС необходимо исследование полей рассеяния в широком диапазоне высот z , были получены серии МСМ изображений на одной и той же области сканирования с

варьирующей высотой подъема зонда над поверхностью образца. Для этого был дополнительно применен метод параллельного сканирования.

3. Результаты и обсуждения

Экспериментальные серии МСМ изображений исследуемых соединений представлены на рис. 1. Для соединения $Nd_2Fe_{14}B$ была выявлена ДС с конфигурацией «звездочек» (см. рис. 1 а), характерной для высокоанизотропных соединений. Для низкоанизотропного $Y_2(Fe_{0,41}Co_{0,59})_{17}$ с $Q = 0,86 \sim 1$ была выявлена ДС с конфигурацией сильно разветвленных «звездочек» (см. рис. 1 б) и достаточно малыми элементами структуры. Для обоих обозначенных соединений выявлены вложения первого и второго порядка, а также редкие вложения третьего порядка в центрах самых крупных дополнительных доменов. Соединение $Y_2(Fe_{0,50}Co_{0,50})_{17}$ с $Q = 0,18$ обладает отличной от описанной конфигурацией ДС (см. рис. 1 в). Для него характерна большая ветвистость структуры, а также небольшое число вложений первого порядка. В то же время, вложения второго порядка практически полностью отсутствуют. Для всех трех исследуемых соединений при отдалении зонда от поверхности образца на высоту $z > 5$ мкм наблюдаются поля рассеяния от основной ДС (см. рис. 1 г – 1 е).

Полученные серии МСМ изображений были подвергнуты дополнительной цифровой постобработке. Для каждой точки (x, y) МСМ изображений были построены зависимости сигнала зонда $\Delta\varphi$ от высоты его подъема над поверхностью образца z . Экспериментальные зависимости $\Delta\varphi(z)$ для точек были аппроксимированы трехкомпонентным экспоненциальным выражением [9]. В итоге было получено полное распределение сигнала зонда над поверхностью образца. На его основе были реконструированы МСМ изображения поверхностной ДС при $z = 0$ (см. рис. 2).

Анализ комплексности ДС исследуемых соединений был проведен с помощью следующего алгоритма. При получении МСМ изображений зонд возвращает положительный сигнал, находясь над доменом определенного знака, и отрицательный сигнал, находясь над доменом противоположного знака. Следовательно, если в определенной точке (x, y) при постепенном приближении зонда к поверхности образца внутри крупного домена появляется дополнительный мелкий домен противоположного знака, то это должно отразиться на кривой $\Delta\varphi(z)$ в виде точки перегиба. Имея описанное ранее аналитическое распределение сигнала в любой точке (x, y, z) , можно определить количество вложений ДС, появляющихся в каждой точке (x, y) по количеству перегибов на аналитической кривой

$\Delta\phi(z)$. Усредненный по всему МСМ изображению параметр N_{add} будет отражать комплексность и раздробленность структуры.

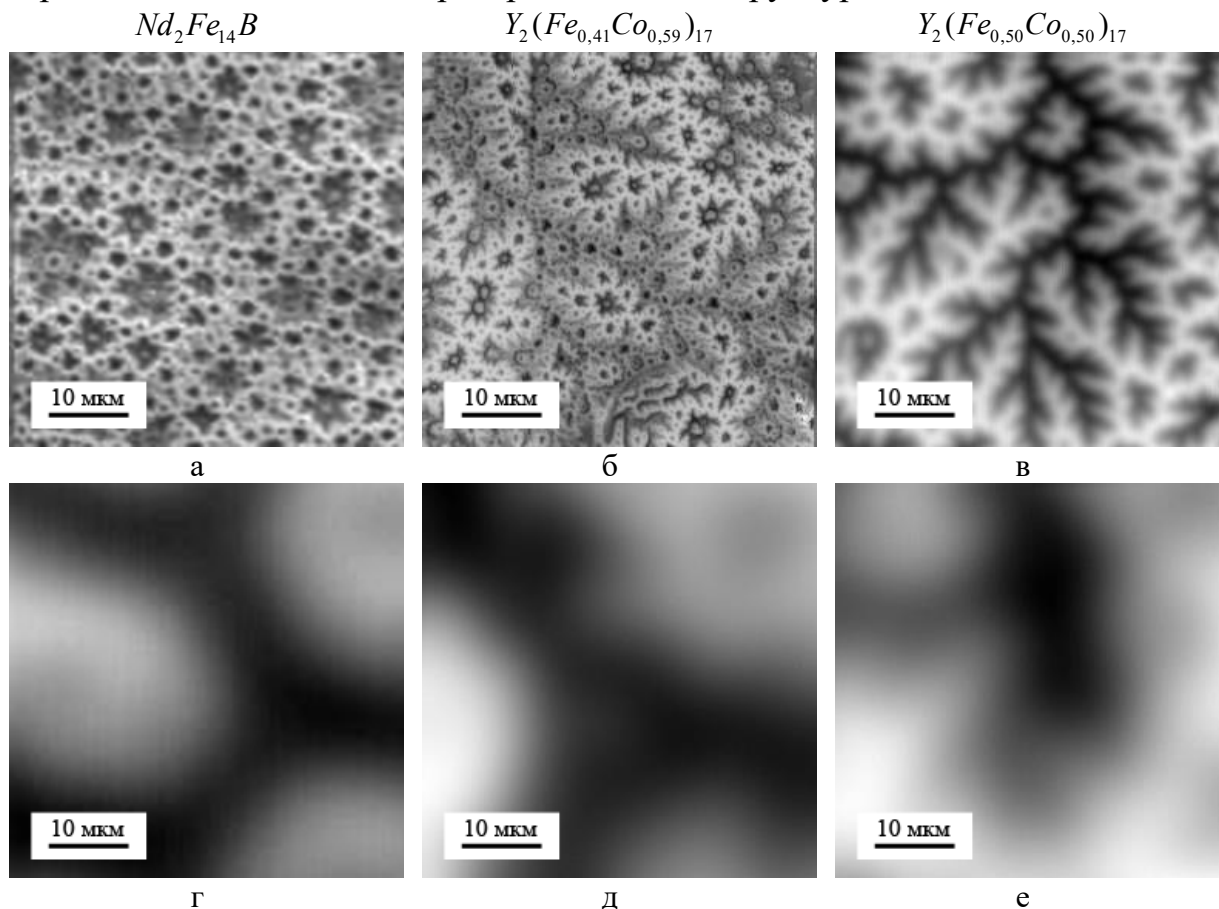


Рис. 1. Примеры из экспериментальных серий МСМ изображений: а – соединение $Nd_2Fe_{14}B$, высота $z = 0,15$ мкм, б – соединение $Y_2(Fe_{0,41}Co_{0,59})_{17}$, высота $z = 0,15$ мкм, в – соединение $Y_2(Fe_{0,50}Co_{0,50})_{17}$, высота $z = 0,20$ мкм, г – соединение $Nd_2Fe_{14}B$, высота $z = 9,83$ мкм, д – соединение $Y_2(Fe_{0,41}Co_{0,59})_{17}$, высота $z = 9,00$ мкм, е – соединение $Y_2(Fe_{0,50}Co_{0,50})_{17}$, высота $z = 5,00$ мкм.

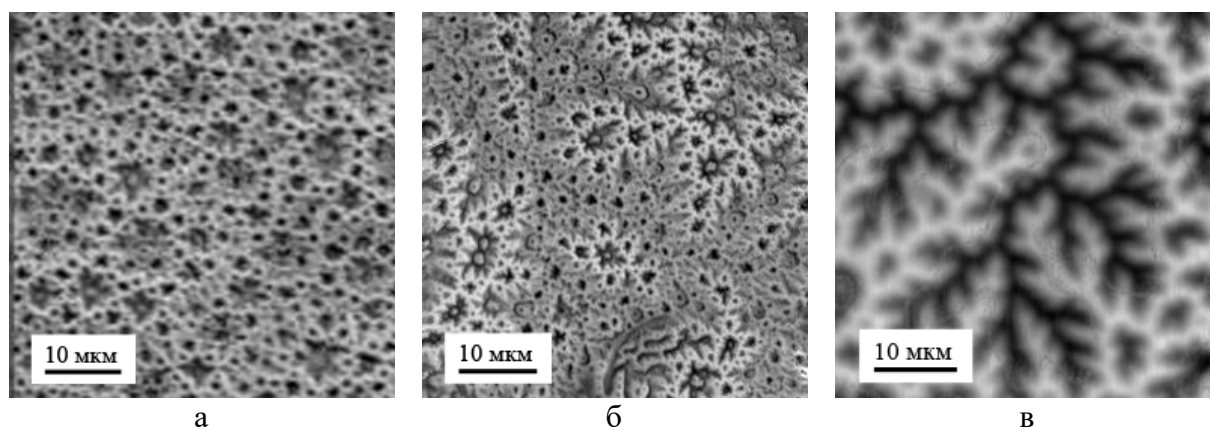


Рис. 2. Реконструированные МСМ изображения поверхностной ДС на высоте $z = 0$: а – $Nd_2Fe_{14}B$, б – $Y_2(Fe_{0,41}Co_{0,59})_{17}$, в – $Y_2(Fe_{0,50}Co_{0,50})_{17}$.

На рис. 3 представлены зависимости параметра N_{add} от высоты подъема зонда над образцом z . Зависимости имеют схожий характер – число регистрируемых в полях рассеяния вложений экспоненциально падает с подъемом над поверхностью образца и достигает постоянных значений, близких к нулю, на больших высотах. Для таких высот регистрируется сигнал лишь от основных и самых крупных дополнительных доменов (см. рис. 1 г – 1 е). На поверхности образца ($z = 0$) величина параметра N_{add} равна 1,05 и 1,01 для образцов $Nd_2Fe_{14}B$ и $Y_2(Fe_{0,41}Co_{0,59})_{17}$, соответственно. Это демонстрирует то, что несмотря на разницу в конфигурациях ДС высоко- и низкоанизотропных соединений, схожесть закономерностей формирования ДС обеспечивает схожесть рассчитанных статистических параметров. Это находит отражение и в МСМ изображениях (см. рис. 2 а, 2 б), на которых видно близкое количество вложений первого, второго и третьего порядка. В то же время для соединения $Y_2(Fe_{0,50}Co_{0,50})_{17}$ визуально выявляется меньшее число вложений первого порядка, а также практически отсутствуют вложения второго порядка (см. рис. 2 в), что напрямую отражается в значении среднего числа вложений $N_{add} = 0,48$. Этим также объясняется небольшой изгиб на кривой $N_{add}(z)$ в области низких высот, так как в этой части кривой должны особенно активно пропадать вложения высоких порядков, которых практически не наблюдается для соединения $Y_2(Fe_{0,50}Co_{0,50})_{17}$.

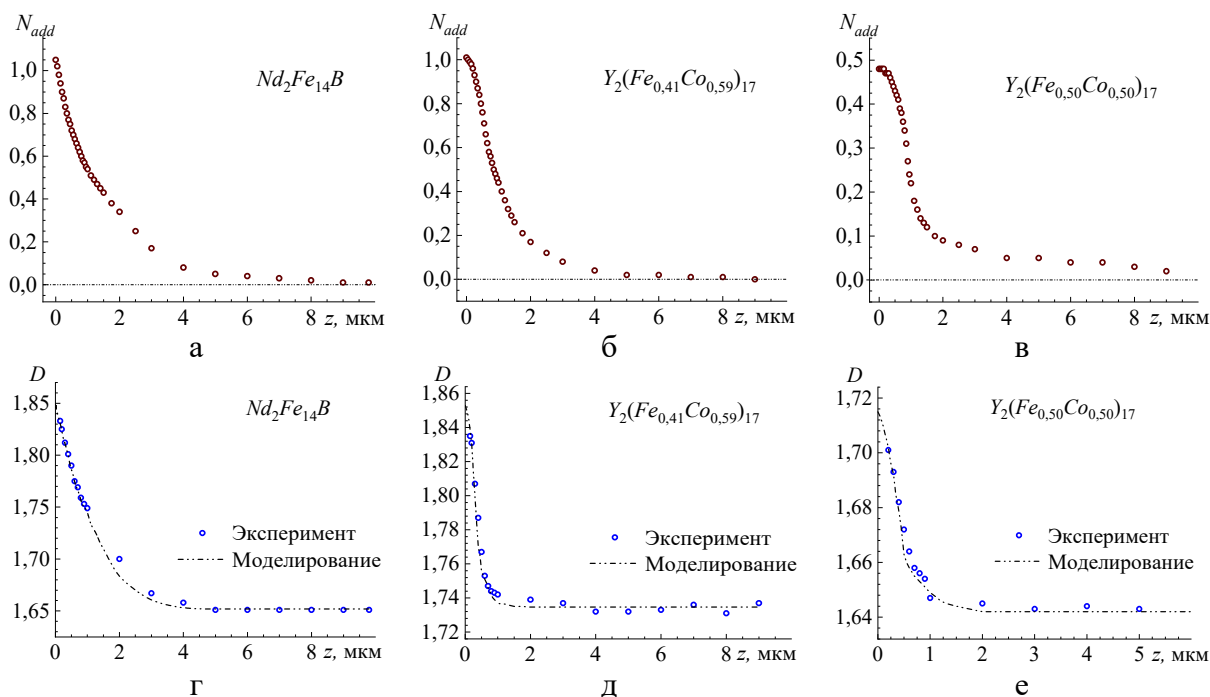


Рис. 3. Зависимости среднего числа вложений, регистрируемых в полях рассеяния ДС N_{add} и фрактальной размерности D от высоты подъема над поверхностью образца z .

Традиционно сложность ДС описывается методами фрактальной геометрии [10-20]. Хорошо известно, что магнитная ДС обладает свойствами самоподобия. В работах [10-20] исследовалась корреляция между магнитными свойствами кристаллов и фрактальной размерностью их ДС. Важно отметить, что в большинстве случаев под анализом фрактальной размерности ДС подразумевают анализ фрактальной размерности линии доменных границ (ДГ). С точки зрения фрактальной геометрии, прямая линия является одномерным объектом и обладает размерностью 1. Таким образом, линия ДГ, обладающая свойствами самоподобия, будет иметь фрактальную размерность в диапазоне $1 < D < 2$ [10-14]. Для расчета фрактальной размерности использовались как экспериментальные, так и моделированные изображения (см. рис. 1, 2). Расчет производился с помощью метода подсчета коробок. Для этого анализируемые изображения были предварительно бинаризованы с помощью метода Оцу [21]. На полученные бинаризованные изображения накладывались сетки из ячеек с варьируемой стороной s . Выбор диапазона варьирования s имеет решающее значение для корректного определения фрактальной размерности [22]. Необходимо варьировать размер ячеек в диапазоне, который охватывает все значимые элементы изображения ДС. Для наложенной на изображение сетки подсчитывается число коробок N , содержащих линии ДГ. Фрактальная размерность D оценивается на основе линейной регрессии зависимости $\log(N)$ от $\log(1/s)$ (см. рис. 4).

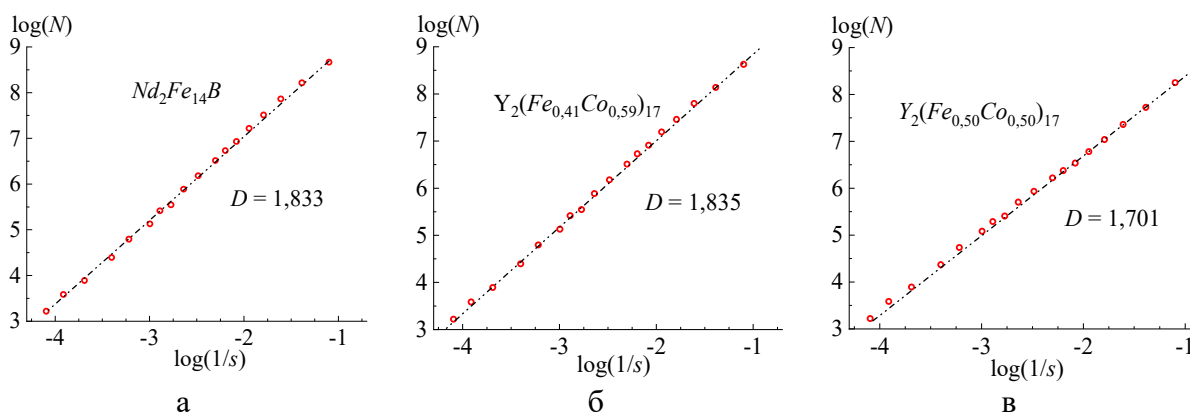


Рис. 4. Процедура расчета фрактальной размерности линий ДГ исследуемых соединений на основе МСМ изображений полей рассеяния ДС.

Результаты расчетов представлены в виде зависимости фрактальной размерности от высоты подъема над образцом $D(z)$ (см. рис. 3 г – 3 е). Фрактальный анализ ДС выявил сходие с анализом полей рассеяния закономерности. Величина D падает от максимальных значений на поверхности образца до постоянных значений, соответствующих основным доменам, на высоте $z \sim 4$ мкм. Для соединений $Nd_2Fe_{14}B$ и $Y_2(Fe_{0,41}Co_{0,59})_{17}$

величины фрактальность размерности близки и составляют порядка 1,8, указывая на схожесть закономерностей формирования структур. Для соединения $Y_2(Fe_{0,50}Co_{0,50})_{17}$ фрактальная размерность меньше и составляет порядка 1,7 в силу упрощения конфигурации ДС. Из различий можно отметить более резкую скорость падения зависимостей $D(z)$, нежели $N_{add}(z)$. Это можно объяснить тем, что фрактальный анализ проводится на основе МСМ изображений, в то время как анализ полей рассеяния проводится напрямую на основе сигнала МСМ зонда, что увеличивает его чувствительность и уменьшает скорость размывания деталей изображений с увеличением высоты подъема z .

Наличие моделированного пространственного распределения сигнала в каждой точке (x, y, z) над поверхностью образца позволяет провести дополнительный анализ комплексности полей рассеяния ДС. Если в каждой точке (x, y) МСМ изображения существует некоторое количество величин z , в которых происходит смена знака сигнала, то поля рассеяния ДС образуют поверхности, разделяющие области сигнала разного знака. Известно, что с точки зрения фрактальной геометрии плоская поверхность является двумерным объектом с целой размерностью, равной 2. Искривление поверхности и появление закономерностей самоподобия увеличивает ее фрактальность. Для подобных поверхностей полей рассеяния фрактальная размерность будет лежать в диапазоне $2 < D < 3$. Величина D для полей рассеяния ДС исследуемых соединений была также рассчитана с помощью метода подсчета коробок, при этом сетка строилась не на поверхности изображения, а в трехмерном пространстве. Пересечением N считалось попадание в коробку точки смены знака сигнала. Результат расчета представлен на рис. 5. Видно, что для более простой структуры соединения $Y_2(Fe_{0,50}Co_{0,50})_{17}$ было вновь получено меньшее значения фрактальной размерности.

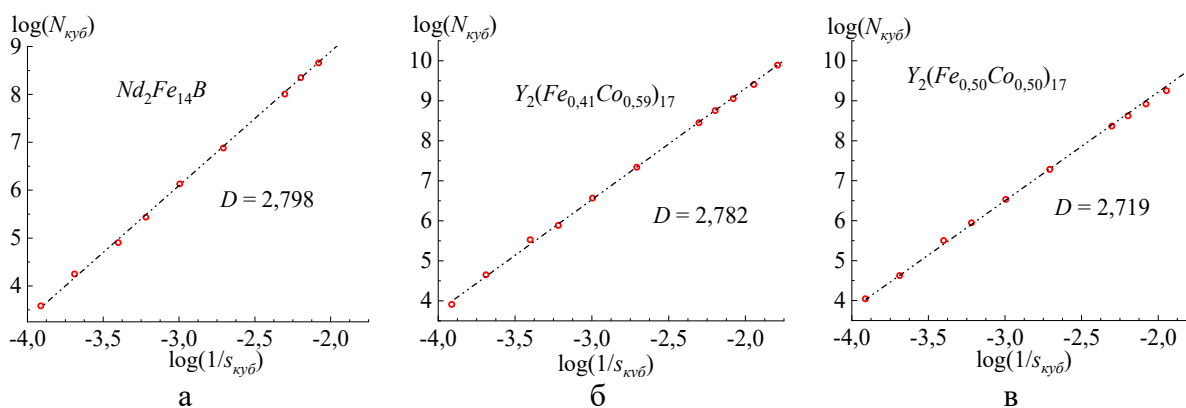


Рис. 5. Процедура расчета фрактальной размерности полей рассеяния на основе моделированного пространственного распределения сигнала МСМ зонда.

4. Заключение

Проведенный анализ комплексности ДС высоко- и низкоанизотропных соединений позволил под новым углом рассмотреть закономерности формирования вложенной структуры объемных кристаллов. Не смотря на качественные отличия в конфигурации высокоанизотропной ДС типа «звездочки» и низкоанизотропной ДС типа разветвленных «звездочек», за счет схожести закономерностей их формирования получены близкие значения средней вложенности N_{add} и фрактальной размерности D , характеризующих комплексность структуры. Лишь для соединения $Y_2(Fe_{0,50}Co_{0,50})_{17}$ с крайне низкими константами МКА и упрощенной конфигурацией ДС получены более низкие значения статистических параметров комплексности ДС.

Исследования выполнены при поддержке Минобрнауки РФ в рамках выполнения государственного задания в сфере научной деятельности (проект № 0817-2023-0006). Исследования проведены в Научно-исследовательской лаборатории Магнитных материалов Центра коллективного пользования Тверского государственного университета.

Библиографический список:

1. **Hubert, A.** Magnetic domains: the analysis of magnetic microstructures / A. Hubert, R. Schäfer. – Springer Science & Business Media, Berlin, 1998. – 696 p. DOI: 10.1007/978-3-540-85054-0.
2. **Coey, M.** Handbook of magnetism and magnetic materials / M. Coey, S. Parkin. – Cham: Springer, 2021. – 1716 p. DOI: 10.1007/978-3-030-63210-6.
3. **Kittel, C.** Theory of the structure of ferromagnetic domains in films and small particles / C. Kittel // Physical Review. – 1946. – V. 70. – I. 11-12. – P. 965-971. DOI: 10.1103/PhysRev.70.965.
4. **Teodorescu, C.M.** Kittel's model for ferromagnetic domains, revised and completed, including the derivation of the magnetic hysteresis / C.M. Teodorescu // Results in Physics. – 2023. – V. 46. – Art. № 106287. – 17 p. DOI: j.rinp.2023.106287.
5. **Bodenberger, R.** Zur Bestimmung der Blochwandenergie von einachsigen Ferromagneten / R. Bodenberger, A. Hubert // physica status solidi (a). – 1977. – V. 44. – I. 1. – P. K7-K11. DOI: 10.1002/pssa.2210440146.
6. **Buschow, K.H.J.** New permanent magnet materials / K.H.J. Buschow // Materials Science Reports. – 1986. – V. 1. – I. 1. – P. 1-63. DOI: 10.1016/0920-2307(86)90003-4.
7. **Sinkevich, A.I.** Domain structure of $Y_2(Fe_xCo_{1-x})_{17}$ compounds and their hydrides: qualitative and quantitative analysis / A.I. Sinkevich, S.D. Smetannikova, E.M. Semenova et al. // Crystallography Reports. – 2024. – V. 69. – S. 1. – P. S52-S60. DOI: 10.1134/S1063774525600048.
8. **Kazakova, O.** Frontiers of magnetic force microscopy / O. Kazakova, R. Puttock, C. Barton et al. // Journal of Applied Physics. – 2019. – V. 125. – I. 6. – P. 060901-1-060901-28. DOI: 10.1063/1.5050712.
9. **Bi, C.** Stabilization of parameter estimates from multiexponential decay through extension into higher dimensions / C. Bi, K. Fishbein, M. Bouhrara, R.G. Spencer // Scientific Reports. – 2022. – V. 12. – Art. № 5773. – 16 p. DOI: 10.1038/s41598-022-08638-7.
10. **Han, B.S.** Fractal study of magnetic domain patterns / B.S. Han, D Li, D.J. Zheng, Y. Zhou // Physical Review B. – 2002. – V. 66. – I. 1. – Art. № 014433. – 5 p. DOI: 10.1103/PhysRevB.66.014433.
11. **Kim, D.H.** Correlation between fractal dimension and reversal behavior of magnetic domain in Co/Pd nanomultilayers / D.H. Kim, Y.C. Cho, S.B. Choe, S.C. Shin // Applied Physics Letters. – 2003. – V. 82. – I. 21. – P. 3698-3700. DOI: 10.1063/1.1578185.
12. **Kim, D.H.** Fractal analysis of time-resolved magnetic domain patterns in Co/Pd multilayer with varying number of repeats / D.H. Kim, Y.C. Cho, S.B. Choe, S.C. Shin // Physica Status Solidi (b). – 2004. – V. 241. – I. 7. – P. 1669-1672. DOI: 10.1002/pssb.200304608.
13. **Xing, Y.** Correlation between anisotropic fractal dimension of fracture surface and coercivity for Nd-Fe-B permanent magnets / Y. Xing, Q. Sun, M. Zhu, J. Bai, Q. Wang // Journal of Materials Research and

- Technology. – 2021. – V. 15. – P. 745-753. DOI: 10.1016/j.jmrt.2021.08.073.
14. **Lee, K.S.** Fractal dimension of magnetic domain walls in CoFe/Pt multilayers / K.S. Lee, D.H. Kim, S.B. Choe // *Journal of Magnetism*. – 2010. – V. 15. – I. 3. – P. 99-102. DOI: 10.4283/JMAG.2010.15.3.099.
15. **Гусева, А.М.** Анализ параметров доменной структуры монокристаллов $RFe_{11}Ti$ ($R = Y, Gd, Ho, Er$) по данным магнитно-силовой микроскопии / А.М. Гусева, А.И. Синкевич, С.Д. Сметанникова, Е.М. Семенова, Ю.Г. Пастушенко // *Физико-химические аспекты изучения кластеров, наноструктур и наноматериалов*. – 2024. – Вып. 16. – С. 85-95. DOI: 10.26456/pcascnn/2024.16.085.
16. **Зигерт, А.Д.** Фрактальный анализ лабиринтной доменной структуры феррит-гранатовых пленок в процессе перемагничивания / А.Д. Зигерт, Г.Г. Дунаева, Н.Ю. Сдобняков // *Физико-химические аспекты изучения кластеров, наноструктур и наноматериалов*. – 2021. – Вып. 13. – С. 134-145. DOI: 10.26456/pcascnn/2021.13.134.
17. **Semenova, E.M.** Fractal geometry of the nano- and magnetic domain structures of Sm-Co-Cu-Fe ferromagnetic alloy in a high coercive state / E.M. Semenova, D.V. Ivanov, M.B. Lyakhova et al. // *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics*. – 2021. – V. 85. – I. 9. – P. 955-958. DOI: 10.3103/S1062873821090252.
18. **Semenova, E.M.** A comparative analysis of magnetic properties and microstructure of high coercivity $Sm(CoCuFe)_5$ quasi-binary alloys in the framework of fractal geometry / E.M. Semenova, M.B. Lyakhova, Yu.V. Kuznetsova et al. // *Journal of Physics: Conference Series*. – 2020. – V. 1658. – Art. № 012050. – 6 p. DOI: 10.1088/1742-6596/1658/1/012050.
19. **Mikheev, S.A.** Fractal properties of the $Nd_{100-x}Fe_x$ alloys surface in the fractal thermodynamics model / S.A. Mikheev, E.M. Semenova, Yu.G. Pastushenkov, V.P. Tsvetkov, I.V. Tsvetkov // *Journal of Surface Investigation: X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques*. – 2024. – V. 18. – I. 2. – P. 354-360. DOI: 10.1134/S1027451024020113.
20. **Zigert, A.D.** Fractal analysis of magneto-optical visualization of the remagnetization of a permanent magnet in a pulsed field / A.D. Zigert, N.B. Kuz'min, N.Yu. Sdobnyakov et al. // *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics*. – 2023. – V. 87. – I. 10. – P. 1421-1424. DOI: 10.3103/S1062873823703422.
21. **Otsu, N.** A threshold selection method from gray-level histograms / N. Otsu // *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*. – 1979. – V. 9. – I. 1. – P. 62-66. DOI: 10.1109/TSMC.1979.4310076.
22. **Li, J.** An improved box-counting method for image fractal dimension estimation / J. Li, Q. Du, C. Sun // *Pattern Recognition*. – 2009. – V. 42. – I. 11. – P. 2460-2469. DOI: 10.1016/j.patcog.2009.03.001.

References:

- Hubert A., Schäfer R. *Magnetic domains: the analysis of magnetic microstructures*. Berlin, Springer Science & Business Media Publ., 2008, 686 p. DOI: 10.1007/978-3-540-85054-0.
- Coey M., Parkin S. *Handbook of magnetism and magnetic materials*, Cham, Springer Publ., 2021, 1713 p. DOI: 10.1007/978-3-030-63210-6.
- Kittel C. Theory of the structure of ferromagnetic domains in films and small particles, *Physical Review*, 1946, vol. 70, issue 11-12, pp. 965-971. DOI: 10.1103/PhysRev.70.965.
- Teodorescu C.M. Kittel's model for ferromagnetic domains, revised and completed, including the derivation of the magnetic hysteresis, *Results in Physics*, 2023, vol. 46, art. no. 106287, 17 p. DOI: j.rinp.2023.106287.
- Bodenberger R., Hubert A. Zur Bestimmung der Blochwandenergie von einachsigen Ferromagneten, *Physica Status Solidi (a)*, 1977, vol. 44, issue 1, pp. K7-K11. DOI: 10.1002/pssa.2210440146.
- Buschow K.H.J. New permanent magnet materials, *Materials Science Reports*, 1986, vol. 1, issue 1, pp. 1-63. DOI: 10.1016/0920-2307(86)90003-4.
- Sinkevich A.I., Smetannikova S.D., Semenova E.M. et al. Domain structure of $Y_2(Fe_xCo_{1-x})_{17}$ compounds and their hydrides: qualitative and quantitative analysis, *Crystallography Reports*, 2024, vol. 69, suppl. 1, pp. S52-S60. DOI: 10.1134/S1063774525600048.
- Kazakova O., Puttock R., Barton C. et al. Frontiers of magnetic force microscopy, *Journal of Applied Physics*, 2019, vol. 125, issue 6, pp. 060901-1-060901-28. DOI: 10.1063/1.5050712.
- Bi C., Fishbein K., Bouhrara M., Spencer R.G. Stabilization of parameter estimates from multiexponential decay through extension into higher dimensions, *Scientific Reports*, 2022, vol. 12, art. no. 5773, 16 p. DOI: 10.1038/s41598-022-08638-7.
- Han B.S., Li D., Zheng D.J., Zhou Y. Fractal study of magnetic domain patterns, *Physical Review B*, 2002, vol. 66, issue 1, art. no. 014433, 5 p. DOI: 10.1103/PhysRevB.66.014433.
- Kim D.H., Cho Y.C., Choe S.B., Shin S.C. Correlation between fractal dimension and reversal behavior of magnetic domain in Co/Pd nanomultilayers, *Applied Physics Letters*, 2003, vol. 82, issue 21, pp. 3698-3700. DOI: 10.1063/1.1578185.

12. Kim D.H., Cho Y.C., Choe S.B., Shin S.C. Fractal analysis of time-resolved magnetic domain patterns in Co/Pd multilayer with varying number of repeats, *Physica Status Solidi (b)*, 2004, vol. 241, issue 7, pp. 1669-1672. DOI: 10.1002/pssb.200304608.
13. Xing Y., Sun Q., Zhu M., Bai J., Wang Q. Correlation between anisotropic fractal dimension of fracture surface and coercivity for Nd-Fe-B permanent magnets, *Journal of Materials Research and Technology*, 2021, vol. 15, pp. 745-753. DOI: 10.1016/j.jmrt.2021.08.073.
14. Lee K.S., Kim D.H., Choe S.B. Fractal dimension of magnetic domain walls in CoFe/Pt multilayers, *Journal of Magnetism*, 2010, vol. 15, issue 3, pp. 99-102. DOI: 10.4283/JMAG.2010.15.3.099.
15. Guseva A.M., Sinkevich A.I., Smetannikova S.D. et al. Analiz parametrov domennoj struktury monokristallov RFe₁₁Ti (R = Y, Gd, Ho, Er) po dannym magnitno-silovoj mikroskopii [Analysis of domain structure parameters of RFe₁₁Ti (R = Y, Gd, Ho, Er) single crystals based on magnetic force microscopy data], *Fiziko-khimicheskie aspekty izucheniya klasterov, nanostruktur i nanomaterialov [Physical and chemical aspects of the study of clusters, nanostructures and nanomaterials]*, 2024, issue 16, pp. 85-95. DOI: 10.26456/pcascnn/2024.16.085. (In Russian).
16. Zigert A.D., Dunaeva G.G., Sdobnyakov N.Yu. Fraktal'nyj analiz labirintnoj domennoj struktury ferrit-granatovykh plenok v protsesse peremagnichivaniya [Fractal analysis of the maze-like domain structure of ferrite-garnet films in the process of magnetization], *Fiziko-khimicheskie aspekty izucheniya klasterov, nanostruktur i nanomaterialov [Physical and chemical aspects of the study of clusters, nanostructures and nanomaterials]*, 2021, issue 13, pp. 134-145. DOI: 10.26456/pcascnn/2021.13.134. (In Russian).
17. Semenova E.M., Ivanov D.V., Lyakhova M.B. et al. Fractal geometry of the nano- and magnetic domain structures of Sm-Co-Cu-Fe ferromagnetic alloy in a high coercive state, *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics*, 2021, vol. 85, issue 9, pp. 955-958. DOI: 10.3103/S1062873821090252.
18. Semenova E.M., Lyakhova M.B., Kuznetsova Yu.V. et al. A comparative analysis of magnetic properties and microstructure of high coercivity Sm(CoCuFe)₅ quasi-binary alloys in the framework of fractal geometry, *Journal of Physics: Conference Series*, 2020, vol. 1658, art. no. 012050, 6 p. DOI: 10.1088/1742-6596/1658/1/012050.
19. Mikheev S.A., Semenova E.M., Pastushenkov Yu.G. et al. Fractal properties of the Nd_{100-x}Fe_x alloys surface in the fractal thermodynamics model, *Journal of Surface Investigation: X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques*, 2024, vol. 18, issue 2, pp. 354-360. DOI: 10.1134/S1027451024020113.
20. Zigert A.D., Kuz'min N.B., Sdobnyakov N.Yu. et al. Fractal analysis of magneto-optical visualization of the remagnetization of a permanent magnet in a pulsed field, *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics*, 2023, vol. 87, issue 10, pp. 1421-1424. DOI: 10.3103/S1062873823703422.
21. Otsu N. A threshold selection method from gray-level histograms, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1979, vol. 9, issue 1, pp. 62-66. DOI: 10.1109/TSMC.1979.4310076
22. Li J., Du Q., Sun C. An improved box-counting method for image fractal dimension estimation, *Pattern Recognition*, 2009, vol. 42, issue 11, pp. 2460-2469. DOI: 10.1016/j.patcog.2009.03.001.