

Применение фрактального уравнения состояния для расчёта изобар гелия при высоких температурах и давлениях

Р.А. Магомедов, Э.Н. Ахмедов

*Институт проблем геотермии и возобновляемой энергетики – филиал
ФГБУН Объединённого института высоких температур РАН
367030, Россия, Махачкала, пр-т И. Шамиля, 39А
aen-code@yandex.ru*

DOI: 10.26456/pcascnn/2025.17.276

Аннотация: В работе представлен расчёт изобар уравнения состояния гелия-4 в диапазоне давлений от 10 до 100 МПа и температур от 600 до 1500 К при помощи фрактального уравнения состояния и программного модуля Fract EOS. Обнаружено, что температурная зависимость подгоночного параметра α для температуры выше 400 К резко ослабевает и практически исчезает при 600 К. Это позволило для гелия-4 аппроксимировать зависимость α от плотности полиномом и использовать его в расчётах при температурах более 600 К. Для расчёта изобар было рассчитано множество изотерм с небольшим шагом температуры. Затем, на каждой изотерме выбрана точка с необходимым давлением. Полученные результаты показали хорошее согласие с литературными данными. Кроме того, для указанных температур и давлений, произведен расчёт изобар классического уравнения состояния и уравнения состояния Редлиха-Квонга. Сравнение относительной погрешности расчёта показало значительное преимущество фрактального уравнения состояния.

Ключевые слова: математическое моделирование, программный модуль для расчёта свойств вещества, фрактальное уравнение состояния, уравнение состояния Редлиха-Квонга, интегро-дифференцирование дробного порядка, соотношения Максвелла, потенциал Гельмгольца, статистическая сумма, гелий-4, изобара, теплофизические свойства.

*Магомедов Рамазан Абдуллаевич – старший научный сотрудник Института проблем геотермии и возобновляемой энергетики – филиала ФГБУН Объединённого института высоких температур РАН
Ахмедов Энвер Нариманович – научный сотрудник Института проблем геотермии и возобновляемой энергетики – филиала ФГБУН Объединённого института высоких температур РАН*

Original paper

Application of the fractal state equation to calculate helium isobars at high temperatures and pressures

R.A. Magomedov, E.N. Akhmedov

Institute for Geothermal Research and Renewable Energy of the Joint Institute for High Temperatures of the RAS, Makhachkala, Russia

DOI: 10.26456/pcascnn/2025.17.276

Abstract: The paper presents calculations of the state equation (isobars) of helium-4 in the pressure range from 10 to 100 MPa and the temperature range from 600 to 1500 K using the fractal state equation and the Fract EOS software. It was discovered that the temperature dependence of the fitting parameter α for the temperatures above 400 K weakens sharply and practically disappears approaching to 600 K. For helium-4, this allowed to approximate the dependence of α on density by a polynomial and to use it in calculations at temperatures above 600 K. For calculation of isobars, a set of isotherms with a small temperature step was calculated. Then, a point with the required pressure was selected on each isotherm. Obtained results show good agreement with literature data. In addition, for the specified temperatures and pressures, the isobars of the classical equation of state and the Redlich-Kwong equation of state were calculated. A comparison of the relative calculation error showed a significant advantage of the fractal equation of state.

Keywords: mathematical modeling, software for substance properties calculation, fractal state equation, Redlich-Kwong state equation, integral-differentiation of fractional order, Maxwell relations, Helmholtz potential, partition function, helium-4, isobar, thermophysical properties.

Ramazan A. Magomedov – Senior Researcher, Institute for Geothermal Research and Renewable Energy of the Joint Institute for High Temperatures of the RAS, ORCID: 0000-0001-6224-6215

Enver N. Akhmedov – Researcher, Institute for Geothermal Research and Renewable Energy of the Joint Institute for High Temperatures of the RAS, ORCID: 0000-0003-4829-6034

Поступила в редакцию/received: 13.07.2025; после рецензирования/reviced: 01.09.2025; принята/accepted 04.09.2025.

1. Введение

Научно-технический прогресс в XXI веке и развитие высокотехнологичных отраслей: электронной промышленности, промышленной криогеники, авиационной и космической промышленности и медицинского приборостроения привели к увеличению спроса на гелий в мире и в России. Широкое применение гелия в различных отраслях промышленности объясняется его свойствами. Газ химически инертен, стоек к ионизации, нетоксичен и безопасен для здоровья человека. Интенсивные исследования термодинамических свойств гелия начались 20-30 гг. XX века [1, 2]. В настоящее время гелий применяется в металлургии, нефтегазовой и атомной промышленности, а также пищевой промышленности и военно-промышленном комплексе. Исследования P – ρ – T характеристик гелия, особенно при высоких температурах и давлениях, обусловлены применением гелия в прикладных задачах [3, 4], например, в качестве рабочего тела в нефтегазовой промышленности (определение утечек в нефте- и газопроводах и оборудовании) и ядерных энергетических установках (теплоноситель в некоторых типах ядерных реакторов). Это приводит к необходимости знать точные данные о свойствах гелия. Ввиду выше изложенного, актуальным остаётся вопрос изучения теплофизических свойств гелия-4, в том числе построения математических моделей, способных с высокой точностью произвести расчёт изотерм и изобар уравнения состояния.

2. Модель расчёта

Используя математический аппарат интегро-дифференцирования дробного порядка [5, 6] можно обобщить классическую термодинамику и статистическую физику [7], в том числе и соотношения Максвелла [8]. Для вывода уравнения состояния и последующего расчета теплофизических свойств веществ, используется потенциал Гельмгольца. Исходя из производных дробного порядка для полного дробного дифференциала потенциала Гельмгольца имеем:

$$d^\alpha F = -\frac{P \cdot V^{1-\alpha}}{\Gamma(2-\alpha)} dV^\alpha, \quad (1)$$

$$P = -\frac{\Gamma(2-\alpha)}{V^{1-\alpha}} \left. \frac{\partial^\alpha F}{\partial V^\alpha} \right|_T. \quad (2)$$

Здесь α – показатель производной дробного порядка ($0 < \alpha \leq 1$), $F = -kT \ln Z$

– потенциал Гельмгольца, $Z = \sum_i \exp(-\varepsilon_i / kT)$ – статистическая сумма [7].

Производная дробного порядка определяется выражением:

$$\frac{\partial^\alpha F(V)}{\partial V^\alpha} = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{\partial}{\partial V} \int_0^V \frac{F(v)}{(V-v)^\alpha} dv. \quad (3)$$

Для $\alpha=1$ выражения (1)-(2) совпадают с соответствующими выражениями традиционной термодинамики. Для $\alpha \neq 1$, исходя из выражения для статистической суммы газа и выражения (2), можно получить следующее однопараметрическое фрактальное уравнение состояния со вторым вириальным коэффициентом для реальных газов [9]:

$$P = \rho R_g T \left\{ 1 + \rho B + (1-\alpha) \left[\ln \left(\frac{eM}{\rho N_A} \left(\frac{mkT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \right) + \psi(1) - \psi(2-\alpha) - \rho B \right] \right\}. \quad (4)$$

Здесь величины в системе СИ: P – давление, ρ – плотность (кг/м³), $R_g = R/M$ – удельная газовая постоянная, T – температура, B – второй вириальный коэффициент, e – экспонента, M – молярная масса, N_A – число Авогадро, m – масса молекулы (атома), k – постоянная Больцмана, \hbar – постоянная Планка, $\psi(x) = \Gamma'(x)/\Gamma(x)$ – логарифмическая производная Гамма-функции [10]. Слагаемые внутри скобок выражения (4), при подстановке единиц измерения, преобразуются в безразмерный параметр. Множители под логарифмом также, после подстановки единиц измерения, дают безразмерный параметр. Единицей измерения произведения $\rho R_g T$ является Паскаль. Формула (4) не является интерполяционной, а есть аналитическое выражение для фрактального уравнения состояния, полученное, используя математический аппарат интегро-дифференцирования дробного порядка. Переход к дробной производной в термодинамике означает неявный учет взаимодействия между частицами, поскольку уравнение состояния (4) является фрактальным уравнением состояния, отличным от уравнения состояния идеального газа. Подробно вывод уравнения состояния приведен в работах [9, 11].

3. Расчёт изобар

Ключевой особенностью предлагаемого фрактального уравнения состояния является показатель производной дробного порядка α . С помощью него осуществляется подгон расчётных значений под экспериментальные данные. Поэтому определение α является важным этапом при расчёте свойств исследуемого вещества. Ранее, на примере водяного пара [12, 13], обнаружено, что α может зависеть, как от плотности, так и от температуры вещества. Характер такой зависимости для различных веществ различен. Так для диоксида углерода показано, что α зависит только от плотности и не зависит от температуры [14]. Для

метана показано, что α зависит от плотности, а температурная зависимость слабо выражена и практически исчезает при приближении к 1000 К [15]. Для каждой температуры и плотности α определяется из условия наилучшего совпадения расчёта и литературных данных. После этого полученные точки значений зависимости $\alpha(\rho)$ аппроксимируются полиномом для каждой температуры, который в дальнейшем используется при расчёте изотерм уравнения состояния. В области температур, где для исследуемого вещества, температурная зависимость α отсутствует или слабо выражена, можно перейти от расчёта изотерм к расчёту изобар уравнения состояния. Для этого необходимо рассчитать множество изотерм с небольшим шагом температуры и найти на каждой изотерме точку с необходимым давлением.

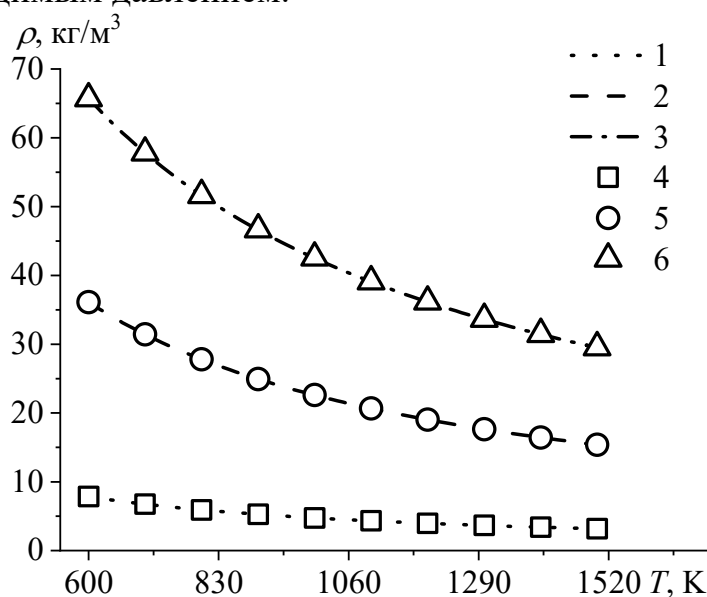


Рис. 1. Изобары уравнения состояния гелия-4 в сравнении с литературными данными. Линии 1 – 3 представляют расчёт для 10, 50 и 100 МПа. Символы 4 – 6 отвечают данным из [16] для 10, 50 и 100 МПа.

В данной работе приведён расчёт изобар фрактального уравнения состояния гелия-4 по вышеуказанной методике. Для расчёта использованы следующие параметры: молярная масса $M(\text{He}) = 4,0026 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, молекулярная масса $m(\text{He}) = 6,64648 \cdot 10^{-27}$ кг. Второй вириальный коэффициент B в предлагаемой методике для каждой температуры считается постоянным и определяется из литературы. Для гелия-4 значения B определены из зависимости, приведённой в [16]. Значения подгоночного параметра α , были определены по литературным данным из [16], для температур от 50 до 600 К. Обнаружено, что для температур 400, 500 и 600 К кривые $\alpha(\rho)$ практически сливаются. Поэтому можно полагать, что температурная зависимость α при температурах более 600 К отсутствует. Тогда для расчёта изотерм уравнения состояния гелия-4 при

температурах более 600 К, подгон α под литературные данные не требуется. Используя значения $\alpha(\rho)$, определённые для 600 К, можно произвести прогностический расчёт множества изотерм с маленьким шагом температуры для дальнейшего перехода от изотерм к изобарам. Зависимость $\alpha(\rho)$ для 600 К аппроксимирована полиномом, который имеет вид: $\alpha(\rho) = a_0 + a_1\rho + a_2\rho^2 + a_3\rho^3$. Значения коэффициентов полинома следующие: $a_0 = 0,999953$; $a_1 = 1,21832 \cdot 10^{-5}$; $a_2 = -1,30751 \cdot 10^{-6}$; $a_3 = 4,11797 \cdot 10^{-10}$.

На рис. 1 показан результат расчёта изобар фрактального уравнения состояния для температур от 600 до 1500 К и давлений 10, 50 и 100 МПа в сравнении с литературными данными. Символами отмечены данные из [16], линиями показан расчёт. Как видно из рис. 1, расчёт хорошо согласуется с литературными данными. Следует отметить, что данные расчёты являются прогностическими и получены без подгона под литературные данные.

Для оценки точности фрактального уравнения состояния, была определена относительная погрешность расчётной плотности $\delta\rho = [(\rho_{clc} - \rho_{lit}) / \rho_{lit}] \cdot 100\%$, где ρ_{clc} – расчетное значение плотности, ρ_{lit} – литературное значение плотности из [16]. На рис. 2 (а, б, в) представлена зависимость относительной погрешности определения плотности $\delta\rho$ от температуры при давлениях 10, 50 и 100 МПа для фрактального уравнения состояния в сравнении с известными уравнениями состояния. Кружками показана относительная погрешность расчёта фрактального уравнения состояния, треугольниками – относительная погрешность классического уравнения состояния реального газа ($\alpha = 1$), квадратами – относительная погрешность уравнения состояния Редлиха-Квонга [17]. Классическое уравнение состояния и уравнение состояния Редлиха-Квонга были рассчитаны для сравнения. Как видно из рисунка, фрактальное уравнение состояния даёт высокую точность расчёта на всем диапазоне исследуемых температур и давлений. При давлении 10 МПа классическое уравнение состояния показывает высокую точность, так же как и фрактальное. Однако с увеличением давления погрешность классического уравнения состояния начинает возрастать. Относительная погрешность расчёта уравнения состояния Редлиха-Квонга для 10 МПа по сравнению с литературными данными не превышает 1%, однако, при повышении давления резко возрастает. Чем выше температура, тем сильнее поведение гелия-4 приближается к поведению идеального газа. Поэтому относительная погрешность классического уравнения и уравнения Редлиха-Квонга уменьшаются с увеличением температуры для всех изобар.

Следует отметить, что данные, приведённые в литературе, также имеют свою погрешность относительно экспериментальных значений. При

расчете фрактального уравнения состояния литературные данные [16] считаются эталонными, так как уравнение подгоняется под них. Поэтому при определении относительной погрешности, погрешность самих литературных данных не учитывалась.

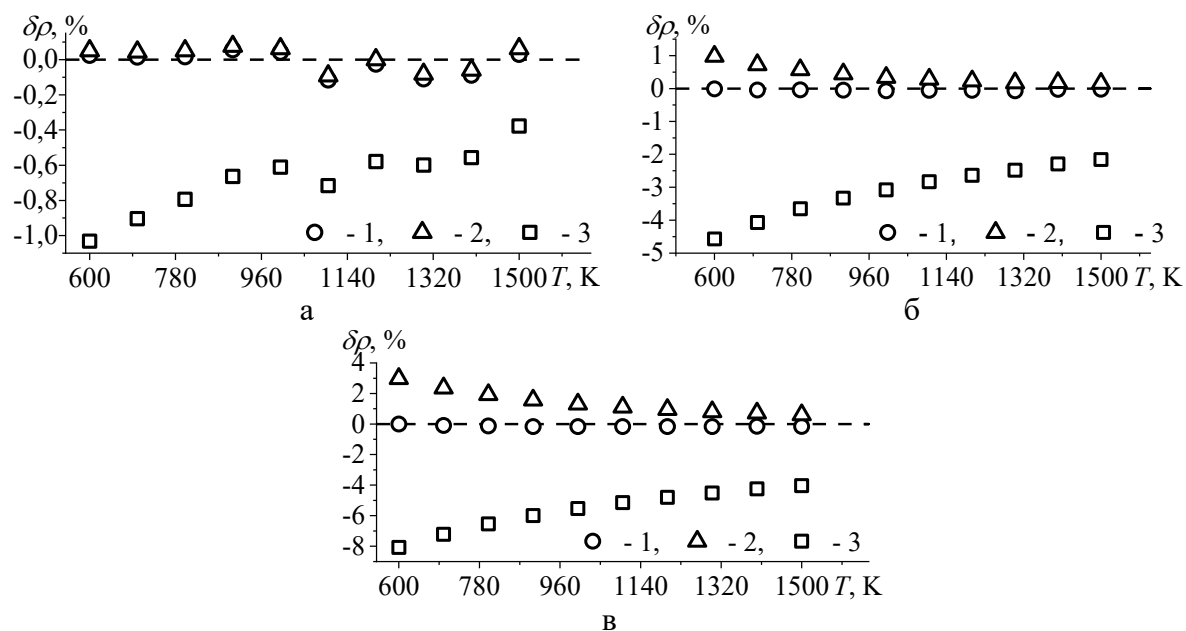


Рис. 2. Отклонение расчетных значений плотности гелия-4 от литературных данных в сравнении с расчётом других моделей для давлений: а – $P = 10$ МПа, б – $P = 50$ МПа, в – $P = 100$ МПа. 1 – фрактальное уравнение состояния, 2 – классическое уравнение реального газа, 3 – уравнение Редлиха-Квонга.

4. Заключение

Таким образом, произведён расчёт изобар уравнения состояния гелия-4 в диапазоне температур от 600 до 1500 К и давлений от 10 до 100 МПа при помощи фрактального уравнения состояния и специально разработанного программного обеспечения Fract EOS [18]. Благодаря тому, что для гелия-4 температурная зависимость подгоночного параметра α ослабевает при приближении к 600 К, при больших температурах возможен прогностический расчёт уравнения состояния без подгона под литературные данные. Поэтому, стало возможным перейти от расчёта изотерм к изобарам. Для этого произведен расчёт множества изотерм с маленьким шагом температуры, затем на каждой изотерме выбрана точка с необходимым давлением. Значение α в каждой точке определялось из полинома, аппроксимирующего его плотностную зависимость для 600 К, полученную путём подгона фрактального уравнения под литературные данные. Результаты расчёта показали хорошее согласие с литературными данными. Произведено сравнение относительной погрешности расчёта фрактального уравнения состояния с расчетом классического уравнения

состояния и уравнением состояния Редлиха-Квонга. Сравнение показало значительное преимущество фрактального уравнения состояния. Классическое уравнение показало низкую относительную погрешность только при 10 МПа. Уравнение состояния Редлиха-Квонга дает очень высокую относительную погрешность и применимо только для низких плотностей, то есть для сильно разряженного газа. Полученные результаты показывают эффективность применения фрактального уравнения состояния для исследования свойств гелия-4. Недостаток предложенной методики, обусловленный необходимостью подгонять параметр α для разных плотностей и температур, компенсируется высокой точностью расчета. Простота формул делает фрактальное уравнение состояния подходящим для инженерных вычислений, так как расчёт не требует высокой вычислительной производительности.

Библиографический список:

1. **Holborn, L.** Uber die Isothermen einiger Gase zwieschen +400° und -183°C / L. Holborn, J. Otto // Zeitschrift für Physik. – 1925. – V. 33. – I. 1. – P. 1-11. DOI: 10.1007/BF01328287.
2. **Gibby, T.W.** The pressures of gaseous mixtures. II. Helium and hydrogen and their intermolecular forces / T.W. Gibby, T.C. Tanner, I. Mason // Proceedings of the Royal Society. – 1929. – V. 122. – I. 789. – P. 283-304. DOI: 10.1098/rspa.1929.0020.
3. **Мюнстер, А.** Химическая термодинамика / А. Мюнстер; под ред. Я.И. Герасимова; пер. с нем. Е.П. Агеева. – М.: Мир, 1971. – 296 с.
4. **Бродянский, В.М.** От твердой воды до жидкого гелия (история холода) / В.М. Бродянский. – М.: Энергоатомиздат, 1995. – 336 с.
5. **Самко, С.Г.** Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения / С.Г. Самко, А.А. Килбас, О.И. Маричев. – Минск: Наука и техника, 1987. – 688 с.
6. **Kilbas, A.A.** Theory and applications of fractional differential equations / A.A. Kilbas, H.M. Srivastava, J.J. Trujillo. – North-Holland, Amsterdam: Elsevier, 2006. – 540 p.
7. **Ландау, Л.Д.** Теоретическая физика в 10 т. Т. 5, Ч. 1: Статистическая физика / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Физматлит, 2002. – 616 с.
8. **Сивухин, Д.В.** Общий курс физики: в 5 т. Т. 2: Термодинамика и молекулярная физика / Д.В. Сивухин. – М.: Физматлит, 2005. – 544 с.
9. **Мейланов, Р.П.** Термодинамика в дробном исчислении / Р.П. Мейланов, Р.А. Магомедов // Инженерно-физический журнал. – 2014. – Т. 87. – № 6. – С. 1455-1465.
10. **Янке, Е.** Специальные функции и формулы, графики, таблицы / Е. Янке, Ф. Эдме, Ф. Лёш; пер. с 6-го перераб. нем. изд. под ред. Л.И. Седова. – М.: Наука, 1964. – 344 с.
11. **Magomedov, R.A.** Generalization of thermodynamics in of fractional-order derivatives and calculation of heat-transfer properties of noble gases / R.A. Magomedov, R.R. Meilanov, R.P. Meilanov et al. // Journal of Thermal Analysis and Calorimetry. – 2018. – V. 133. – I. 2. – P. 1189-1194. DOI: 10.1007/s10973-018-7024-2.
12. **Магомедов, Р.А.** Зависимость изотермы водяного пара от точности определения подгоночного параметра / Р.А. Магомедов, Э.Н. Ахмедов // Инженерно-физический журнал. – 2023. – Т. 96. – № 4. – С. 1062-1067.
13. **Магомедов, Р.А.** Расчёт P - ρ - T свойств водяного пара в диапазоне температур от 773 К до 1673 К / Р.А. Магомедов, Э.Н. Ахмедов // Физико-химические аспекты изучения кластеров, наноструктур и наноматериалов. – 2022. – Вып. 14. – С. 298-306. DOI: 10.26456/pcascnn/2022.14.298.
14. **Магомедов, Р.А.** Расчёт P - ρ - T Свойств CO_2 в диапазоне температур от $T=400$ К до $T=1700$ К / Р.А. Магомедов, Э.Н. Ахмедов // Физико-химические аспекты изучения кластеров, наноструктур и наноматериалов. – 2023. – Вып. 15. – С. 274-281. DOI: 10.26456/pcascnn/2023.15.274.
15. **Магомедов, Р.А.** Расчет изотерм метана в интервале температур от 300 К до 1000 К на основе фрактального уравнения состояния / Р.А. Магомедов, Э.Н. Ахмедов // Вестник ОИВТ РАН. – 2023. – Т. 11. – № 3. – С. 54-57.
16. **Сычев, В.В.** Термодинамические свойства гелия: ГСССД / В.В. Сычев, А.А. Вассерман, А.Д. Козлов

и др. – М.: Изд-во стандартов, 1984. – 320 с.

17. Рид, Р. Свойства газов и жидкостей: Справочное пособие / Р. Рид, Дж. Праусниц, Т. Шервуд; пер. с англ. под ред. Б.И. Соколова 3-е изд., перераб. и доп. – Л.: Химия, 1982. – 592 с.

18. Свидетельство № 2021661219 Российская Федерация. Fract EOS / Э.Н. Ахмедов, Р.А. Магомедов, А.А. Аливердиев; заявитель и правообладатель Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Объединенный институт высоких температур Российской академии наук. – № 2021617802; заявл. 24.05.2021; зарегистрировано в реестре программ для ЭВМ 07.07.2021. – 1 с.

References:

1. Holborn L., Otto J. Uber die Isothermen einiger Gase zwieschen +400° und -183°C, *Zeitschrift für Physik*, 1925, vol. 33, issue 1, pp. 1-11. DOI: 10.1007/BF01328287.
2. Gibby T.W., Tanner T.C., Mason I. The pressures of gaseous mixtures. II. Helium and hydrogen and their intermolecular forces, *Proceedings of the Royal Society*, 1929, issue 789, pp. 283-304. 10.1098/rspa.1929.0020.
3. Münster A. *Classical thermodynamics*. London, Wiley Interscience, 1970, XIV + 387 p.
4. Brodyanskij V.M. *Ot tverdoj vody do zhidkogo geliya (istoriya kholoda)* [From solid water to liquid helium (history of cold)]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1995, 336 p. (In Russian).
5. Samko S.G., Kilbas A.A., Marichev O.I. *Integraly i proizvodnye drobnogo poryadka i nekotorye ikh prilozheniya [Fractional integrals and derivatives and some of their applications]*. Minsk, Nauka i tekhnika Publ., 1987, 688 p. (In Russian).
6. Kilbas A.A., Srivastava H.M., Trujillo J.J. *Theory and applications of fractional differential equations*. North-Holland, Amsterdam, Elsevier, 2006, 540 p.
7. Landau L.D., Lifshitz E.M. *Teoreticheskaya fizika. Tom 5, Chast' 1: Statisticheskaya fizika* [Theoretical physics. Vol. 5, Part 1: Statistical physics]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2002, 616 p. (In Russian).
8. Sivukhin D.V. *Obschiy kurs fiziki. Tom 2: Termodinamika i molekulyarnaya fizika* [General course of physics. Vol. 2: Thermodynamics and molecular physics]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2005, 544 p. (In Russian).
9. Meilanov R.P., Magomedov R.A. Thermodynamics in fractional calculus, *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2014, vol. 87, issue 6, pp. 1521-1531. DOI: 10.1007/s10891-014-1158-2.
10. Jahnke E., Edme F., Lösch F. *Tafeln, höherer funktionen seschste auflage neubearbeitet*. Stuttgart, Verlagsgesellschaft, 1960, XII+318 s. (In German).
11. Magomedov R.A., Meilanov R.R., Meilanov R.P. et al. Generalization of thermodynamics in of fractional-order derivatives and calculation of heat-transfer properties of noble gases, *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, 2018, vol. 133, issue 2, pp. 1189-1194. DOI: 10.1007/s10973-018-7024-2.
12. Magomedov R.A., Akhmedov E.N. Water vapor isotherm as a function of the accuracy of determination of an adjustable parameter, *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2023, vol. 96, issue 4, pp. 1060-1065. DOI: 10.1007/s10891-023-02770-5.
13. Magomedov R.A., Akhmedov E.N. Raschet P - ρ - T svoistv vodyanogo para v diapazone temperature ot 773 K do 1673 K [Water vapor P - ρ - T properties calculation in the temperature range from 773 K to 1673 K], *Fiziko-khimicheskie aspekty izucheniya klasterov, nanostruktur i nanomaterialov [Physical and chemical aspects of the study of clusters, nanostructures and nanomaterials]*, 2022, issue 14, pp. 446-452. DOI: 10.26456/pcascnn/2022.14.298. (In Russian).
14. Magomedov R.A., Akhmedov E.N. Raschet P - ρ - T svoistv CO_2 v diapazone temperature ot $T=400$ K do $T=1700$ K [Calculation of CO_2 P - ρ - T properties in the temperature range from $T=400$ K to $T=1700$ K], *Fiziko-khimicheskie aspekty izucheniya klasterov, nanostruktur i nanomaterialov [Physical and chemical aspects of the study of clusters, nanostructures and nanomaterials]*, 2023, issue 15, pp. 274-281. DOI: 10.26456/pcascnn/2023.15.274. (In Russian).
15. Magomedov R.A., Akhmedov E.N. Raschet izoterm metana v intervale temperatur ot 300 K do 1000 K na osnove fraktal'nogo uravneniya sostoyaniya [Calculation of methane isotherms in the temperature range from 300 K to 1000 K based on the fractal state equation], *Vestnik Obedinennogo Instituta Vysokikh Temperatur [Bulletin of the Joint Institute for High Temperatures]*, 2023, vol. 11, issue 3, pp. 54-57. (In Russian).
16. Sychev V.V., Vasserman A.A., Kozlov A.D. et al. *Termodinamicheskie svoistva geliya: GSSSD* [Thermodynamic properties of helium: GSSSD]. Moscow, IPK Standartov Publ., 1984, 320 p. (In Russian).
17. Reid R.C., Prausnitz J.M., Sherwood T.K. *Svoistva gazov i zhidkostej: Spravochnoe posobie* [The properties of gases and liquids]. Leningrad, Khimiya Publ., 1982, 592 p. (In Russian).
18. Akhmedov E.N., Magomedov R.A., Aliverdiev A.A. Fract EOS. Certificate RF, no 2021661219, 2021. (In Russian).