

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННО-ЭКОНОМИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

УДК: 339.18: 339.132/.133: 338.27

АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ В ЛОГИСТИКЕ

А.А. Васильев, В.М. Курганов, Е.В. Васильева

Тверской государственный университет
Кафедра математики, статистики и информатики в экономике

Рассмотрены используемые в логистике модели краткосрочного прогнозирования спроса и объема продаж. Проанализированы возможности использования для прогнозирования в логистике авторегрессионных и комбинированных моделей. Предложены модификации адаптивной гибридной модели прогнозирования на основе использования вместо выборочного взвешенного среднего арифметического множества прогнозов робастной оценки Хьюбера типа усеченного среднего и непараметрической оценки Ходжеса-Лемана. Оценена точность предложенных моделей при прогнозировании реальных коротких временных рядов.

Ключевые слова: *адаптивная гибридная модель, модель Брауна, модель Хольта, модель Хольта-Уинтерса, оценка Ходжеса-Лемана, оценка Хьюбера типа усеченного среднего, средняя абсолютная ошибка в процентах*

Прогнозирование разных показателей (например, цен материальных ресурсов в логистике снабжения, объемов продаж в логистике распределения и в логистике складирования, спроса в логистике складирования) является отправной точкой при формировании стратегических решений во всех функциональных областях логистики и в управлении запасами в цепях поставок. При этом точность такого прогнозирования определяет эффективность решения многих логистических задач, связанных с реорганизацией логистической системы, например, при управлении распределением, при формировании складской сети и определении уровня товарных запасов и их концентрации в ней [1, с. 310].

В настоящее время в логистике используются следующие основные модели прогноза: 1) упрощенные трендовые модели (на основе предыдущего значения прогнозируемого показателя [2, с. 185], на основе простого среднего значения за все предыдущие интервалы планирования [2, с. 185]); 2) адаптивные трендовые модели (на основе простого скользящего среднего [2, с. 185; 3, с. 220; 4, с. 158-159], на основе взвешенного скользящего среднего [2, с. 186; 3, с. 220; 4, с. 159], в частности, экспоненциального: однопараметрическая модель Брауна

[3, с. 220-221; 4, с. 151], двухпараметрическая модель Хольта [4, с. 177], трехпараметрическая модель Хольта-Уинтерса [4, с. 188-189]); 3) факторные (регрессионные) модели [3, с. 222-223; 4, с. 211-212]; 4) комбинированные модели [4, с. 203-208].

Разработанные в теории прогнозирования более совершенные модели, в частности, модели авторегрессии, модели скользящего среднего и модели авторегрессии – скользящего среднего (для прогнозирования стационарных временных рядов) и модель авторегрессии проинтегрированного скользящего среднего (ARIMA-модель) (для прогнозирования нестационарных однородных временных рядов) предназначены для прогнозирования протяженных временных рядов (имеющих 50 и более уровней ряда) [5, с. 173]. Поэтому при меньшем количестве уровней ряда точность модели Брауна будет не хуже точности модели ARIMA [5, с. 194]. При решении инновационных задач реорганизации логистической системы временные ряды такой длины, как правило, отсутствуют, поэтому применение перечисленных моделей для прогнозирования в логистике зачастую не представляется оправданным.

Выбор адекватной модели краткосрочного прогноза для конкретного экономического показателя – это сложная задача, решение которой требует практического опыта прогнозирования и высокой квалификации исследователя. Это обусловлено следующими обстоятельствами: 1) влиянием на выбор модели прогноза множества факторов; 2) зависимостью точности прогноза от характера изменения уровней прогнозируемых динамических рядов; 3) невозможностью обеспечить отдельной моделью прогноза требуемой точности прогноза для любого временного ряда. Поэтому в современном прогнозировании наблюдается тенденция к созданию адаптивных комбинированных моделей.

Адаптивная комбинированная модель прогноза – это модель прогноза, состоящая из нескольких отдельных адаптивных моделей прогноза, называемых базовым набором моделей [5, с. 121]. Основными типами адаптивных комбинированных моделей являются адаптивные селективные и гибридные модели. Адаптивная селективная модель прогноза – это адаптивная комбинированная модель прогноза, в которой на каждом шаге прогнозирования организован автоматический выбор по заданному критерию наилучшей модели из числа моделей, входящих в базовый набор. [5, с. 121]. Однако такой выбор можно однозначно осуществить только в том случае, когда модели, входящие в базовый набор, различны. В случаях, когда в базовый набор входят модели, дающие сравнительно близкие результаты, и селекция затруднена, используются адаптивные гибридные модели [1, с. 124]. Адаптивная гибридная модель прогноза – это адаптивная комбинированная модель прогноза, в которой прогноз формируется как взвешенное среднее прогнозов моделей базового набора [6, с. 121]. Пример алгоритма

реализации гибридного прогнозирования в логистике на основе количественной и экспертной информации рассмотрен в [4, с. 204-208].

Однако практическое применение адаптивных комбинированных моделей связано с решением ряда вопросов. Это, прежде всего, вопрос выбора исходного множества моделей для формирования базового набора [5, с. 131]. Кроме того, выборочное взвешенное среднее арифметическое относится к классу неустойчивых статистических оценок и очень чувствительно к аномальным наблюдениям. В качестве одного из подходов к решению этого вопроса может рассматриваться применение устойчивых статистических оценок вместо выборочного взвешенного среднего арифметического множества прогнозов.

К сожалению, в литературе по прогнозированию результаты исследования точности гибридных моделей недостаточно освещены. Проведенное авторами небольшое исследование точности прогнозирования нестационарного временного ряда с использованием селективной и гибридных моделей (на основе простого среднего, взвешенного среднего арифметического и медианы веера прогнозов), включающих в базовый набор 8 простых моделей прогнозирования (полиномы первой и второй степени и на основе критерия устойчивости автоковариационной функции [6, с. 16-17] по трем и по четырем уровням ряда без предварительного сглаживания уровней ряда и с предварительным сглаживанием) показало следующее [7, с. 17-18]:

1) по максимальной абсолютной ошибке прогноза комбинированные модели прогнозирования в порядке убывания точности упорядочились следующим образом: гибридная модель на основе взвешенного среднего арифметического; гибридная модель на основе медианы; гибридная модель на основе простого среднего арифметического; селективная модель;

2) по среднему квадрату ошибки (*mean squared error, MSE*) комбинированные модели прогнозирования в порядке убывания точности упорядочились следующим образом: гибридная модель на основе взвешенного среднего арифметического; гибридная модель на основе простого среднего арифметического; гибридная модель на основе медианы; селективная модель;

3) средний квадрат ошибки прогноза гибридной модели на основе взвешенного среднего арифметического для прогнозируемого в [7] экономического показателя меньше среднего квадрата ошибки прогноза любой отдельной модели из базового набора, однако максимальная абсолютная ошибка прогноза данной гибридной модели превосходит максимальную абсолютную ошибку некоторых отдельных моделей;

4) результаты исследования показателей точности прогноза одного временного ряда не могут быть положены в основу объективного суждения о целесообразности применения гибридной

модели на основе взвешенного среднего арифметического для прогнозирования любых нестационарных временных рядов.

Для оценки возможности применения гибридных моделей для одношагового прогнозирования в логистике в базовый набор были включены модели, перечисленные в табл. 1.

Таблица 1

Базовый набор гибридных моделей

№	Наименование модели	Вид модели	Условия применения
1	На основе предыдущего значения показателя	$\hat{y}_{t+1,1} = y_t$	Стационарный временной ряд
2	На основе простого среднего значения	$\hat{y}_{t+1,2} = \bar{y} = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t y_i$	Стационарный временной ряд
3	Однопараметрическая модель Брауна	$\hat{y}_{t+1,3} = 0,3 y_t + 0,7 \hat{y}_t$	Стационарный временной ряд
4	Двухпараметрическая модель Хольта	$\begin{cases} b_1 = 0, S_1 = y_1, \\ S_t = 0,3 y_t + 0,7 (S_{t-1} + b_{t-1}), \\ b_t = 0,3 (S_t - S_{t-1}) + 0,7 b_{t-1}, \\ \hat{y}_{t+1,4} = S_t + b_t \end{cases}$	Нестационарный временной ряд с линейным трендом без сезонной составляющей
5	Трехпараметрическая модель Хольта-Уинтерса	$\begin{cases} b_1 = 0, F_{-3} = F_{-2} = F_{-1} = F_0 = 1, \\ S_0 = \hat{y}_1 = \hat{y}_2 = \hat{y}_3 = \hat{y}_4 = y_4, \\ S_t = 0,2 \cdot \frac{y_t}{F_{t-L}} + 0,8 \cdot (S_{t-1} + b_{t-1}), \\ F_t = 0,2 \cdot \frac{y_t}{S_t} + 0,8 \cdot F_{t-L}, \\ b_t = 0,6 \cdot (S_t - S_{t-1}) + 0,4 \cdot b_{t-1}, \\ \hat{y}_{t+1,5} = (S_t + b_t) F_{t+1-L} \end{cases}$	Нестационарный временной ряд с линейным трендом и мультипликативным характером сезонной составляющей

В табл. 1 обозначение F_t – это сглаженное значение сезонного фактора; L – это число периодов в году, характеризующих сезонность ($L = 4$ для квартальных данных, $L = 12$ для месячных данных).

В качестве гибридных моделей рассматривались: 1) гибридная модель на основе взвешенного среднего арифметического; 2) гибридная модель на основе робастной оценки Хьюбера типа усеченного среднего; 3) гибридная модель на основе непараметрической оценка Ходжеса-Лемана.

Прогнозное значение с использованием гибридной модели на основе взвешенного среднего арифметического определяется выражением вида

$$\hat{y}_{t+1,\Sigma} = \sum_{j=1}^5 \frac{1}{e_{t,j}^2} \cdot \hat{y}_{t+1,j} / \sum_{j=1}^5 \frac{1}{e_{t,j}^2},$$

где $e_{t,j}^2$ – квадрат абсолютной ошибки прогноза j -ой модели из базового набора в момент времени t .

Прогнозное значение с использованием гибридной модели на основе оценки Хьюбера типа усеченного среднего [8, с. 94] определяется по формуле вида

$$\hat{y}_{t+1,X} = \sum_{j=1}^5 \psi_j \cdot \hat{y}_{t+1,j} / \sum_{j=1}^5 \psi_j,$$

где

$$\psi_j = \begin{cases} 1 & \text{при } M_e - 5,2 M_{AO} \leq \hat{y}_{t+1,j} \leq M_e + 5,2 M_{AO}, \\ 0 & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

$M_e = med \{ \hat{y}_{t+1,1}, \hat{y}_{t+1,2}, \hat{y}_{t+1,3}, \hat{y}_{t+1,4}, \hat{y}_{t+1,5} \}$ – медиана прогнозов моделей из базового набора;

$$M_{AO} = med \{ |\hat{y}_{t+1,1} - M_e|, |\hat{y}_{t+1,2} - M_e|, |\hat{y}_{t+1,3} - M_e|, |\hat{y}_{t+1,4} - M_e|, |\hat{y}_{t+1,5} - M_e| \}$$

– медиана абсолютных отклонений прогнозов моделей из базового набора от их медианы M_e .

Прогнозное значение с использованием гибридной модели на основе оценки Ходжеса-Лемана [9, с. 53] определяется выражением вида

$$\hat{y}_{t+1,X-L} = med_{i,j \in B} \{ \hat{y}_{t+1,i}, \hat{y}_{t+1,j} \}, B = \{(i, j): 1 \leq i \leq j \leq 4\},$$

то есть представляет собой медиану $n(n+1)/2$ (в данном случае при $n=5$ пятнадцати) попарных средних упорядоченных прогнозов моделей из базового набора.

Для оценки точности прогнозов в логистике с использованием гибридных моделей на основе этих оценок использовались короткие временные ряды, представленные в табл. 2.

Таблица 2
Временные ряды для оценки точности прогнозов

№	Показатель	Временной ряд	Источник	Характеристика ряда
---	------------	---------------	----------	---------------------

1	Помесячные продажи продукта в штуках	645; 570; 660; 675; 540; 600; 480; 630; 660; 615; 540; 450	Фрагмент ряда из [2, с. 186]	Стационарный временной ряд
2	Помесячный спрос на товар в штуках	100; 110; 90; 130; 70; 110; 120; 90; 120; 90; 80; 90	[3, с. 223]	Стационарный временной ряд
3	Ежедневный спрос на товар в штуках	9; 2; 1; 3; 7; 5; 4; 8; 6; 5; 0; 6	Фрагмент ряда из [4, с. 153]	Нестационарный временной ряд без тренда с сезонной составляющей
4	Помесячные продажи продукта в штуках	300; 330; 300; 330; 390; 420; 480; 510; 360; 390; 420; 450	Фрагмент ряда из [2, с. 186]	Нестационарный временной ряд с тенденцией к возрастанию и сезонной составляющей

В качестве оценки точности прогноза использовалась средняя абсолютная ошибка в процентах (*mean absolute percentage error, MAPE*), вычисляемая по формуле:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{\hat{y}_i - y_i}{y_i} \right| \cdot 100 \%,$$

где n – количество моментов (интервалов) времени, по которым оценивается точность прогноза; y_i – фактическое (наблюдавшееся) значение показателя y в момент времени t ; \hat{y}_i – прогнозное значение показателя y на момент времени t , полученное в предыдущий момент времени.

Истолкование значений средней абсолютной ошибки прогноза приведено в табл. 3 [10, с. 80].

Таблица 3

Истолкование значений *MAPE*

Диапазон значений <i>MAPE</i>	Истолкование точности прогноза
$0 \% \leq MAPE < 10 \%$	Высокая точность
$10 \% \leq MAPE < 20 \%$	Хорошая точность
$20 \% \leq MAPE \leq 50 \%$	Удовлетворительная точность
$MAPE > 50 \%$	Неудовлетворительная точность

Результаты исследования точности гибридных моделей прогноза и входящих в них отдельных моделей представлены в табл. 4.

Таблица 4

Результаты исследования точности прогнозов

Модель	Значения <i>MAPE</i> (%)
--------	--------------------------

	Ряд 1	Ряд 2	Ряд 3	Ряд 4
На основе предыдущего значения	14,42	27,98	111,41	12,02
На основе простого среднего значения	12,66	20,51	104,05	14,11
Модель Брауна ($\alpha = 0,3$)	11,62	18,02	135,84	11,96
Модель Хольта ($\alpha = \beta = 0,3$)	13,01	20,33	143,37	14,04
Модель Хольта-Уинтерса ($\alpha = 0,2$; $\beta = 0,2$; $\gamma = 0,6$)	9,51	16,42	61,76	11,37
Гибридная модель на основе взвешенного среднего	10,49	17,33	60,55	11,40
Гибридная модель на основе оценки Хьюбера типа усеченного среднего	11,11	26,05	64,30	12,81
Гибридная модель на основе оценки Ходжеса-Лемана	12,72	21,70	64,45	13,13

Анализ данной таблицы позволяет сделать следующие выводы: 1) лучшую точность прогноза использованных временных рядов обеспечивает модель Хольта-Уинтерса, предназначенная для прогнозирования нестационарных временных рядов с линейным трендом и с мультипликативным характером сезонной составляющей; 2) гибридные модели (без реализации отбора в базовый набор наиболее точных моделей) незначительно уступают в точности модели Хольта-Уинтерса; 3) точность устойчивых гибридных моделей (на основе робастной оценки Хьюбера типа усеченного среднего, на основе непараметрической оценки Ходжеса-Лемана) на несколько процентов ниже точности параметрической гибридной модели на основе взвешенного среднего набора прогнозов. Данные выводы полностью согласуются с выводами исследования [7].

Для обоснованного суждения о возможности использования устойчивых гибридных моделей прогнозирования (на основе разных непараметрических и робастных статистических оценок) в логистике целесообразно провести более обширное исследование их точности на множестве разных реальных временных рядов с включением в базовый набор различных (упрощенных, экспоненциальных, авторегрессионных, факторных) моделей прогноза.

1. Логистика: учеб. / В.В. Дыбская, Е.И. Зайцев, В.И. Сергеев, А.Н. Стерлигова; под ред. В.И. Сергеева. – М.: Эксмо, 2009. – 944 с.

2. Гаджинский А.М. Практикум по логистике. – 8-е изд., перераб. и доп. – М.: Дашков и К⁰, 2010. – 312 с.

3. Бауэрсокс Доналд Дж., Клосс Дейвид Дж. Логистика: интегрированная цепь поставок. – 2-е изд. / Пер. с англ. – М.: Олимп-Бизнес, 2008. – 640 с.

4. Модели и методы теории логистики: учеб. пособие. – 2-е изд. / Под ред. В.С. Лукинского. – СПб.: Питер, 2008. – 448 с.

5. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов: учеб. пособие. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 416 с.

6. Ивахненко А.Г., Мюллер Й.А. Самоорганизация прогнозирующих моделей: монография. – Киев: Техніка; Берлин: ФЭБ Ферлаг Техник, 1984. – 223 с.

7. Васильев А.А., Васильева Е.В. Последовательный одношаговый прогноз дискретных нестационарных динамических рядов из малого количества наблюдений на основе определения взвешенного среднего веера прогноза / Вопросы теории и практики автоматизированной обработки экономической информации: сб. науч. тр. – Тверь: Твер. гос. ун-т, 1995. – С. 9-19.

8. Робастность в статистике. Подход на основе функций влияния / Ф. Хампель, Э. Рончетти, П. Рауссеу, В Штаэль; пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 512 с.

9. Холлендер М., Вулф Д. Непараметрические методы статистики / Пер с англ. – М.: Финансы и статистика, 1983. – 518 с.

10. Дуброва Т.А. Статистические методы прогнозирования: учеб. пособие. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003. – 206 с.

THE ANALYSIS OF PREDICTION MODELS IN LOGISTICS

A.A. Vasiliev, V. M. Kurganov, E.V. Vasilieva

Tver State University

Department of mathematics, statistics and informatics in economics

The article considers short-term prediction models of demand and sales which are used in logistics. The author analyses the possibilities of using autoregressive and combined models for prediction in logistics. The author offers the modifications of adaptive and hybrid prediction models on the basis of using prediction of robust Huber estimation of reduced average type and Hodges-Leman unparametric estimation instead of selective weighted average arithmetic sets. The accuracy of given models for prediction of real short-term varieties is evaluated.

Key words: *adaptive and hybrid model, Brown model, Holt model, Holt-Winters model, Hodges-Leman estimation, Huber estimation of reduced average type, average absolute percentage mistake*

Сведения об авторах:

ВАСИЛЬЕВ Александр Анатольевич – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, доцент кафедры математики, статистики и информатики в экономике Тверского государственного университета, e-mail: *vasiljev-tvgu@yandex.ru*, 170100, г. Тверь, ул. Желябова, 33

ВАСИЛЬЕВА Екатерина Васильевна – доцент кафедры математики, статистики и информатики в экономике Тверского государственного университета, e-mail: *tver-tvgu@mail.ru*

КУРГАНОВ Валерий Максимович – доктор технических наук, профессор кафедры математики, статистики и информатики в экономике Тверского государственного университета, e-mail: *glavred@tvcom.ru*