

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ГИДРОТЕРМОДИНАМИЧЕСКОГО РЕЖИМА ВИХРЕВОГО
АКСИАЛЬНОГО ТЕПЛОГЕНЕРАТОРА**

Климок В.И.

Тверской государственный университет, г. Тверь

Поступила в редакцию 17.04.2017, после переработки 10.06.2017.

Математическая модель вихревого аксиального теплогенератора базируется на уравнениях гидромеханики вязкой несжимаемой жидкости, записанных в приближении осевой симметрии движения. Поля течений найдены из решения системы уравнений для вихря и функции тока. Для расчета тепловыделения закрученного потока жидкости в теплогенераторе привлекалось уравнение переноса тепла с учетом перехода механической энергии потока вязкой жидкости в тепло. Приведены результаты трех численных экспериментов по расчету гидротермодинамического режима пассивного вихревого аксиального теплогенератора. Различия касаются внутренней конфигурации теплогенератора. Эффективность конструкции оценивалась величиной отношения приращения температуры к потере давления. Результаты иллюстрируются распределением температуры внутри теплогенератора и изолиниями функции тока, характеризующими возникающие поля течений.

Ключевые слова: численный эксперимент, гидротермодинамический режим, вихревой теплогенератор, пассивный аксиальный.

Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2017. № 2. С. 37–47.

Введение

Как известно из результатов экспериментальных исследований, вихревой теплогенератор имеет высокий коэффициент полезного действия и представляет большой интерес для народного хозяйства как альтернативный экологически чистый источник тепловой энергии.

Выполнены численные эксперименты по расчету гидротермодинамического режима пассивного вихревого аксиального теплогенератора. К пассивным отнесены теплогенераторы статического типа, не содержащие подвижных частей в устройствах, где формируется поток жидкости [1]. Данная работа является естественным продолжением исследований, результаты которых изложены в [2] и [3].

Аксиальный теплогенератор представляет собой цилиндр со сложной внутренней геометрией, способствующей образованию тороидальных вихрей.

1. Постановка задачи

Для математического моделирования гидротермодинамических процессов, протекающих в вихревом теплогенераторе, основанном на преобразовании энергии закрученного потока жидкости в тепло, использовались уравнения гидромеханики вязкой несжимаемой жидкости [4]. С учетом конструкции аксиального теплогенератора естественно воспользоваться цилиндрической ортогональной системой координат, в приближении осевой симметрии движения.

После исключения давления из уравнений для осевой u и радиальной v составляющих скорости (с учетом того, что окружная (азимутальная) компонента скорости, характеризующая закрутку жидкости, отсутствует) приходим к системе уравнений [2], [3] для функций ξ и ψ

$$\frac{\partial \tilde{\xi}}{\partial t} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \tilde{\xi}}{\partial r} - \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial \tilde{\xi}}{\partial x} \right) = \nu \left[\frac{1}{r^3} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^3 \frac{\partial \tilde{\xi}}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \tilde{\xi}}{\partial x^2} \right], \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) = \tilde{\xi} r. \quad (2)$$

Здесь использовано обозначение $\tilde{\xi} = \xi/r$, где $\xi = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial r}$ – азимутальная компонента завихренности. Компоненты скорости u и v связаны с функцией тока ψ соотношениями

$$u = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad v = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (3)$$

Для расчета тепловыделения закрученного потока жидкости в теплогенераторе привлекалось уравнение

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial r} = K \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right] + F, \quad (4)$$

где

$$F = \frac{A}{\rho c_p} \cdot 2\mu \left[\left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{v}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right].$$

Здесь A – тепловой эквивалент работы, $\mu = \nu\rho$ – коэффициент вязкости, ρ – плотность, c_p – удельная теплоемкость воды, K – коэффициент температуропроводности, T – температура, F – функция, характеризующая мощность внутренних тепловых источников, возникающих за счет превращения части общей энергии в тепло при работе внутренних сил вязкого трения.

Давление жидкости $P(x, r)$ внутри теплогенератора находилось из уравнения

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(r \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right) = -2\rho r \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{\partial v}{\partial r} \frac{\partial u}{\partial x} \right], \quad (5)$$

которое получено комбинацией уравнений для осевой и радиальной составляющих скорости с уравнением неразрывности.

В общем случае рабочая область, через которую проходит жидкость, ограничена двумя поверхностями, полученными вращением вокруг оси x двух кривых

$R_0(x)$ и $R(x)$, причем $R_0(x) < R(x)$ для значений $0 \leq x \leq L$, где L – длина трубы. В частности, если в окрестности оси трубы нет препятствий, то $R_0(x) = 0$.

Для количественной оценки эффективности внутренней конфигурации теплогенератора будем рассматривать параметр α , равный отношению приращения температуры в единицу времени к потере давления, т. е. $\alpha = \frac{\Delta T}{\Delta P}$. Под потерей давления понимается разность между давлением P_0 на входе и осредненным по поперечному сечению давлением \bar{P} на выходе. То есть $\Delta P = P_0 - \bar{P}$, где $\bar{P} = \frac{2}{R^2(L) - R_0^2(L)} \int_{R_0(L)}^{R(L)} P(L, r) r dr$. Здесь $R_0(L)$ – внутренний, а $R(L)$ – внешний радиус кольца через которое жидкость выходит из теплогенератора.

2. Метод решения и результаты вычислительных экспериментов

Метод решения гидродинамической части задачи подробно изложен в [2]. При расчете температуры T на оси трубы принимается условие симметрии, а на стенках – условие отсутствия потока тепла. На выходе из теплогенератора для расчета T привлекается уравнение (4) с условием равенства нулю производной по направлению внешней нормали, если жидкость вытекает. В противном случае температура равна среднему значению температуры воды в емкости \bar{T} . Величина \bar{T} находилась следующим образом. В емкость, объем которой равен q_e , поступала вода из теплогенератора. Считалось, что поступившая через теплогенератор вода мгновенно перемешивалась с водой, находящейся в емкости и температура воды в ней находилась по формуле: $\bar{T} = T_e + \frac{Q \cdot \tau \cdot (T_t - T_e)}{q_e}$. Здесь Q – расход подаваемой в трубу жидкости, τ – шаг по времени; T_e – средняя температура воды в емкости до поступления в нее воды из теплогенератора; T_t – температура воды вытека-

ющей из теплогенератора, равная средней температуре воды $\frac{2 \int_0^L dx \int_{R_0(x)}^{R(x)} T(x, r) r dr}{\int_0^L [R^2(x) - R_0^2(x)] dx}$,

находящейся в теплогенераторе. Плотность воды ρ считалась одинаковой как в теплогенераторе, так и в емкости. Найденная таким образом температура \bar{T} задавалась в качестве краевого условия на входе в теплогенератор на следующем шаге по времени и процесс повторялся.

Отметим, что при расчете температуры и давления использовалась функция тока, усредненная за время интегрирования, равное 1,5с модельного времени и достаточное для установления квазистационарного режима течения в теплогенераторе [3]. Приводимые ниже изолинии функций тока вполне характеризуют осредненные поля, возникающих в теплогенераторе течений.

Интегрирование уравнения для температуры выполнено на 25с модельного времени. За это время вся жидкость, находящаяся в емкости один раз проходит через теплогенератор. При расчетах объем q_e равнялся $0,2\text{м}^3$, расход подаваемой жидкости $Q=8 \cdot 10^{-3}\text{м}^3/\text{с}$, шаг по времени $-5 \cdot 10^{-3}\text{с}$, шаг по пространственным координатам $h = h_x = h_r = 1,5 \cdot 10^{-3}\text{м}$, $P_0 = 350\text{кПа}$.

Рассмотрим результаты трех численных экспериментов. Различия между ними заключаются только во внутренней конфигурации рабочей области теплогенератора. Во всех трех случаях теплогенератор имел семь резко сужающихся и между ними шесть резко расширяющихся участков сечения цилиндра, последние в дальнейшем будем называть впадинами.

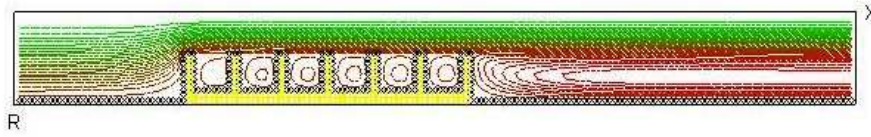


Рис. 1: Изолинии функции тока в первом численном эксперименте

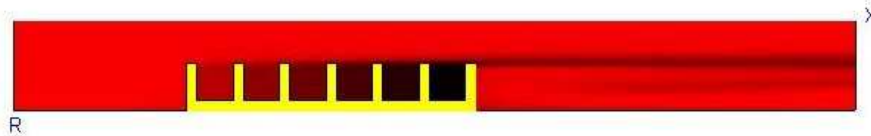


Рис. 2: Изолинии температуры в первом численном эксперименте (более темный цвет соответствует более высокой температуре)

В первом численном эксперименте именно такая конфигурация и рассматривалась.

На Рис. 1 хорошо видна структура возникающих течений внутри теплогенератора. Между препятствиями появляются вихри примерно одинаковой интенсивности, вращающиеся по направлению часовой стрелки (ось симметрии расположена сверху, стенка – внизу; вода подается слева и вытекает справа, попадая в емкость, не изображенную на рисунке). Большую часть области за последним препятствием занимает вихревое образование, в котором осуществляется подток жидкости из емкости в теплогенератор.

Температура воды, находящейся в теплогенераторе, монотонно возрастает между препятствиями от одного к другому и в небольшой окрестности над ними (Рис. 2). Следует отметить, что уже менее чем через пять секунд модельного времени наблюдается линейный рост температуры в емкости (Рис. 3). Подобное поведение температуры отмечается как при численном моделировании тепловыделения в вихревом тангенциальном теплогенераторе [5], так и в экспериментальных исследованиях [6]. В связи с этим, приращение температуры определялось как разность температур на выходе из теплогенератора в моменты соответствующие 25 и 5 секундам, отнесенная к данному промежутку времени. В обсуждаемом варианте расчета приращение температуры в единицу времени $\Delta T = 3,45 \cdot 10^{-30} C$, потеря давления $\Delta P = 296 \text{ кПа}$, а параметр $\alpha = 1,17 \cdot 10^{-5}$.

Во втором эксперименте перед первым препятствием цилиндр медленно сужается, а после последнего – расширяется, то есть в данной конструкции теплогенератора имеются конфузور и диффузор (Рис. 4). Диффузор можно рассматривать как тормозное устройство, т.к. в нем осевая составляющая скорости существенно уменьшается. По сравнению с первым вариантом расчета область возвратного течения становится меньше. Подток жидкости осуществляется в окрестности стенки диффузора. В остальном структура течения похожа на структуру течения, обсуждавшуюся выше.

На Рис. 5 представлены графики изменения температуры $T(r, x)$ внутри теплогенератора при трех фиксированных значениях радиуса r . А именно: при $r = r_0$

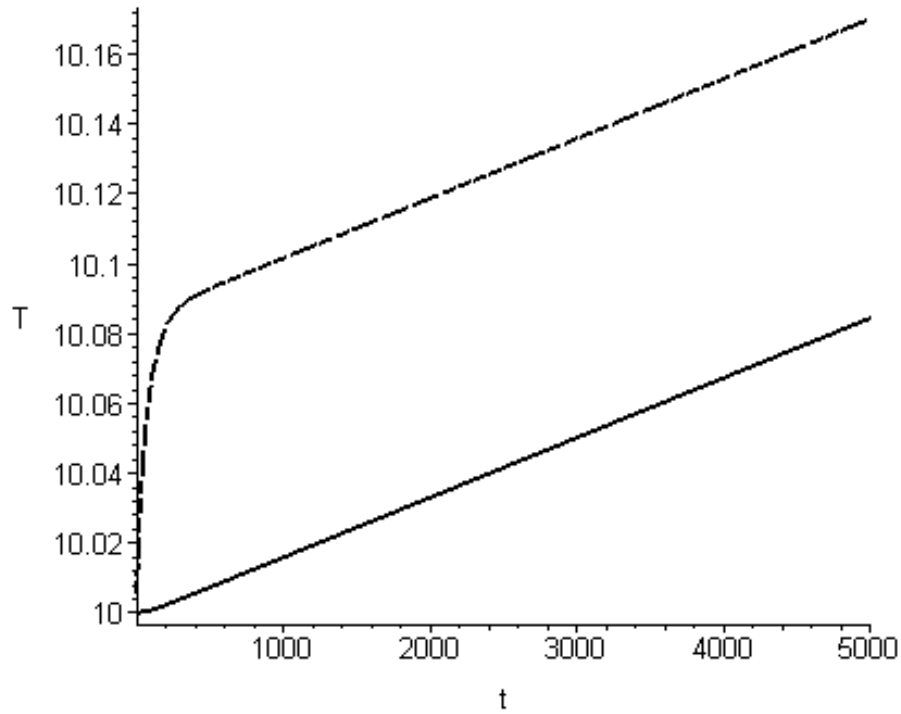


Рис. 3: Изменение со временем температуры на входе в теплогенератор (сплошная линия) и выходе из него

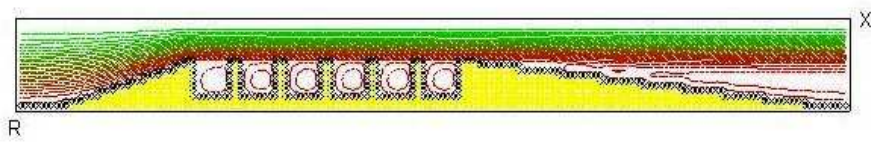


Рис. 4: Изолинии функции тока во втором численном эксперименте

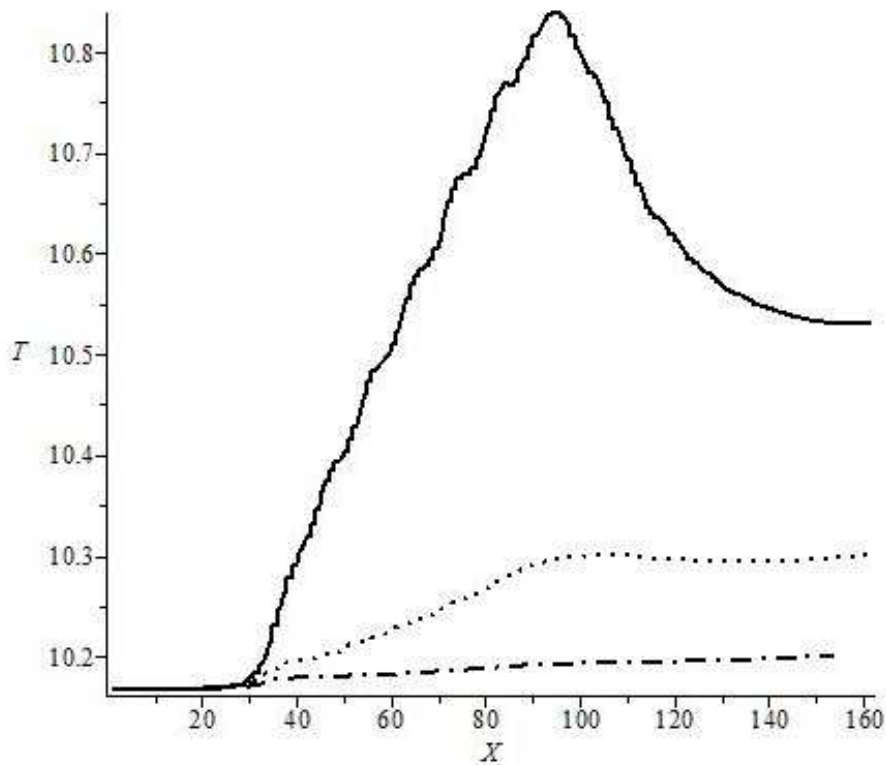


Рис. 5: Изменение температуры вдоль теплогенератора на трех фиксированных расстояниях от оси

(сплошная линия), при $r = r_0 - h$ (пунктирная линия) и при $r = r_0 - 2h$, где r_0 равно расстоянию от оси цилиндра до препятствия.

Из приведенного графика (Рис. 5) видно, что температура жидкости довольно быстро уменьшается при удалении от препятствий. То есть, нагретая во впадинах вода переносится вдоль теплогенератора в узком слое в окрестности препятствий. Это также прослеживается и на Рис. 6, 7.

На Рис. 6 представлено распределение вдоль теплогенератора температуры, осредненной по поперечному сечению перпендикулярному оси цилиндра

$$\bar{T}(x) = \frac{2}{R^2(x) - R_0^2(x)} \int_{R_0(x)}^{R(x)} T(x, r) r dr,$$

а на Рис. 7 – изотермы температуры $T(r, x)$.

На рисунках хорошо видно, что температура воды, находящейся в теплогенераторе, практически постоянна в каждой из впадин и монотонно возрастает от одного препятствия к другому и в небольшой окрестности над ними. По направлению к оси теплогенератора она убывает и в окрестности ее ($\sim 0,3R$) до выхода прак-

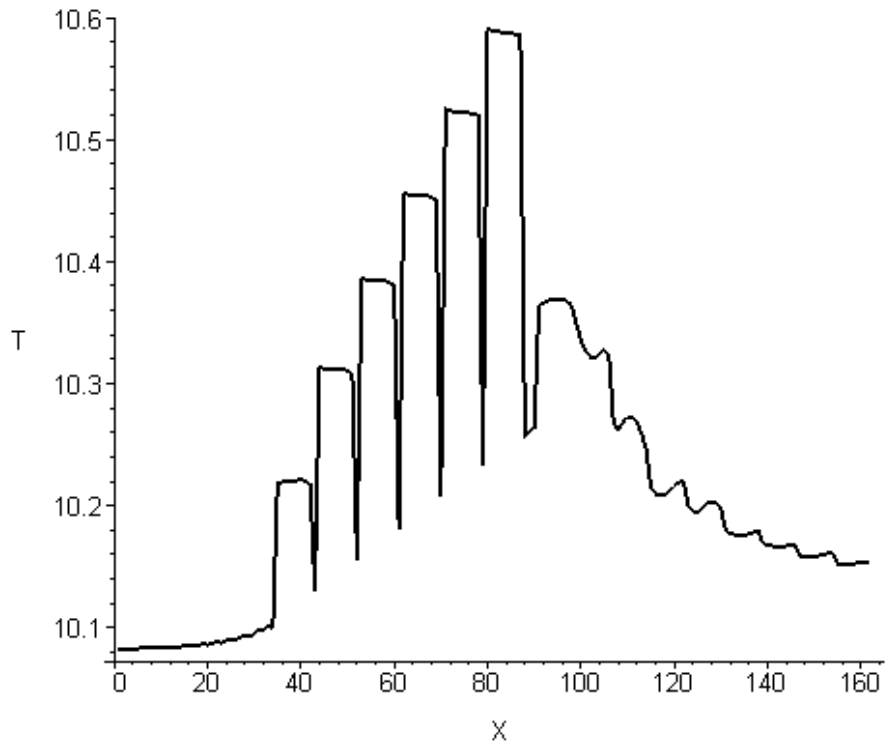


Рис. 6: Распределение вдоль теплогенератора температуры, осредненной по поперечному сечению трубы



Рис. 7: Изолинии температуры во втором численном эксперименте

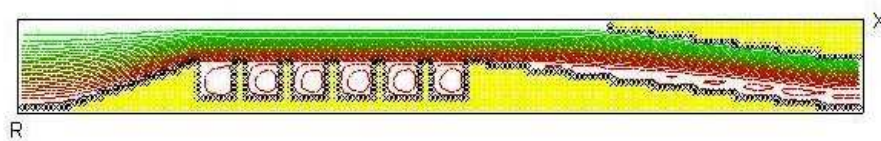


Рис. 8: Изолинии функции тока в третьем численном эксперименте



Рис. 9: Изолинии температуры в третьем численном эксперименте

тически равна температуре воды поступающей в теплогенератор (Рис. 7). Нагретая во впадинах вода выходит из теплогенератора. Температура воды несколько уменьшается в направлении стенки диффузора в связи с подсосом в его окрестности более холодной воды из емкости, в которую попадает нагретая жидкость из теплогенератора. В данном численном эксперименте приращение температуры в единицу времени $\Delta T = 6,8 \cdot 10^{-30} C$, потеря давления $\Delta P = 212 \text{ кПа}$, а параметр $\alpha = 3,2 \cdot 10^{-5}$. Следует отметить существенное различие в оценке потери давления по сравнению с той же величиной, приведенной в [2]. Это связано с недостаточной точностью, используемой в итерационном процессе при решении системы алгебраических уравнений, аппроксимирующих уравнение для давления в [2].

В третьем численном эксперименте в диффузор был «помещен» конус, что можно интерпретировать как отказ от тормозного устройства. Качественно поле течений, возникающее внутри теплогенератора, похоже на поля течений, рассмотренные в предыдущих вариантах расчетов. Отметим только, что заметно уменьшилась область подсоса жидкости из емкости (Рис. 8).

В данном численном эксперименте приращение температуры в единицу времени $\Delta T = 7,73 \cdot 10^{-30} C$, потеря давления $\Delta P = 159 \text{ кПа}$, а параметр $\alpha = 4,86 \cdot 10^{-5}$.

При линейной экстраполяции температуры за два с половиной часа работы теплогенератора вода в емкости достигла бы 31.1 , 61.2 , $69.6^0 C$, соответственно, в первом, во втором и третьем вариантах расчетов.

Закключение

В плане дальнейших исследований, с точки зрения математического моделирования, интересно было бы поэкспериментировать с изменением количества препятствий и расстояния между ними. Может быть, не все препятствия должны быть одной высоты. Возможно, должно быть не резкое увеличение (уменьшение) радиуса цилиндра, а плавное. Все это остается предметом будущих исследований по оптимизации внутренней конфигурации пассивного *аксиального* вихревого теплогенератора.

Список литературы

- [1] Фурмаков Е. Ф. Могут ли гидротермодинамические теплогенераторы работать сверхэффективно? СПб: ОАО «Техприбор», 2004. 22 с.
- [2] Климок В.И. Численное моделирование течения жидкости в вихревом аксиальном теплогенераторе // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2015. № 3. С. 5–13.
- [3] Климок В.И. Изменение интегральных характеристик течения жидкости в вихревом аксиальном теплогенераторе // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2016. № 4. С. 35–43.
- [4] Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. М.: Иностранная литература, 1963. Ч. 2.
- [5] Климок В.И., Рубцов И.Ю. Математическое моделирование гидротермодинамического режима теплового вихрегенератора // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2012. № 1(24). С. 25–36.
- [6] Ахметов Ю.М., Калимуллин Р.Р., Целищев В.А. Численное и физическое моделирование течения жидкости в вихревом теплогенераторе // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. 2010. Т. 14, № 4 (39). С. 42–49.

Библиографическая ссылка

Климок В.И. Математическое моделирование гидротермодинамического режима вихревого аксиального теплогенератора // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2017. № 2. С. 37–47.

Сведения об авторах

1. **Климок Виктор Иванович**

профессор кафедры вычислительной математики Тверского государственного университета.

Россия, 170100, г. Тверь, ул. Желябова, д. 33, ТвГУ.

MATHEMATICAL MODELING OF THE HYDROTHERMODYNAMIC REGIME OF A VORTEX AXIAL HEAT GENERATOR

Klimok Viktor Ivanovich

Professor at Computational Mathematics department, Tver State University.
Russia, 170100, Tver, 33 Zhelyabova str., TSU.

Received 17.04.2017, revised 10.06.2017.

The mathematical model of the vortex axial heat generator is based on the equations of hydromechanics of a viscous incompressible fluid, written in the cylindrical system coordinates in supposition axial symmetry. The currents fields are found from solution of a set of two equations for vorticity and stream function. To calculate the heat release, swirling flow of liquid in the heat generator, the heat transfer equation was applied taking into account the transition of mechanical energy of the viscous fluid flow into heat. The numerical modeling results of the hydro thermo dynamical regime in a passive vortex axial heat generator were obtained by numerical experiments. Three options are considered. The differences relate to the internal configuration of the heat generator. The design efficiency was estimated by the ratio of the temperature increment to the loss of pressure. The results are illustrated by temperature distribution inside the heat generator and the stream functions characterizing arising flow fields.

Keywords: numerical experiment, integral characteristics, vortex heat generator, passive axial.

Bibliographic citation

Klimok V.I. Mathematical modeling of the hydrothermodynamic regime of a vortex axial heat generator. *Vestnik TvGU. Seriya: Prikladnaya Matematika* [Herald of Tver State University. Series: Applied Mathematics], 2017, no. 2, pp. 37–47. (in Russian)

References

- [1] Furmakov E.F. *Mogut li Gidrotermodynamicheskie Teplogeneratory Rabotat' Sverkh-effektivno?* [Can Hydrothermodynamic Heat Generators Work Super Efficiently?]. "Tekhpribor" JSC, SPb, 2004. 22 p. (in Russian)
- [2] Klimok V.I. Numerical simulation of fluid flow in vortex axial heat generator. *Vestnik TvGU. Seriya: Prikladnaya matematika* [Herald of Tver State University. Series: Applied Mathematics], 2015, no. 3, pp. 5–13. (in Russian)
- [3] Klimok V.I. Change of the integral characteristics of the fluid flow in the axial vortex heat generator. *Vestnik TvGU. Seriya: Prikladnaya matematika* [Herald of Tver State University. Series: Applied Mathematics], 2016, no. 4, pp. 35–44. (in Russian)

- [4] Kochin N.E., Kibel' I.A., Roze N.V. *Teoreticheskaya Gidromekhanika* [Theoretical Hydromechanics]. Inostrannaya literatura Publ., Moscow, 1963. Part 2. (in Russian)
- [5] Klimok V.I., Rubtsov I.Yu. Mathematical modeling of the hydrothermodynamic regime of a thermal vortex generator. *Vestnik TvGU. Seriya: Prikladnaya matematika* [Herald of Tver State University. Series: Applied Mathematics], 2012, no. 1(24), pp. 25–36. (in Russian)
- [6] Akhmetov Yu.M., Kalimullin R.R., Tselishchev V.A. Numerical and physical modeling of fluid flow in a vortex heat generator. *Vestnik Ufimskogo Gosudarstvennogo Aviatsionnogo Tekhnicheskogo Universiteta* [Bulletin of the Ufa State Aviation Technical University], 2010, vol. 14, no. 4(39), pp. 42–49. (in Russian)